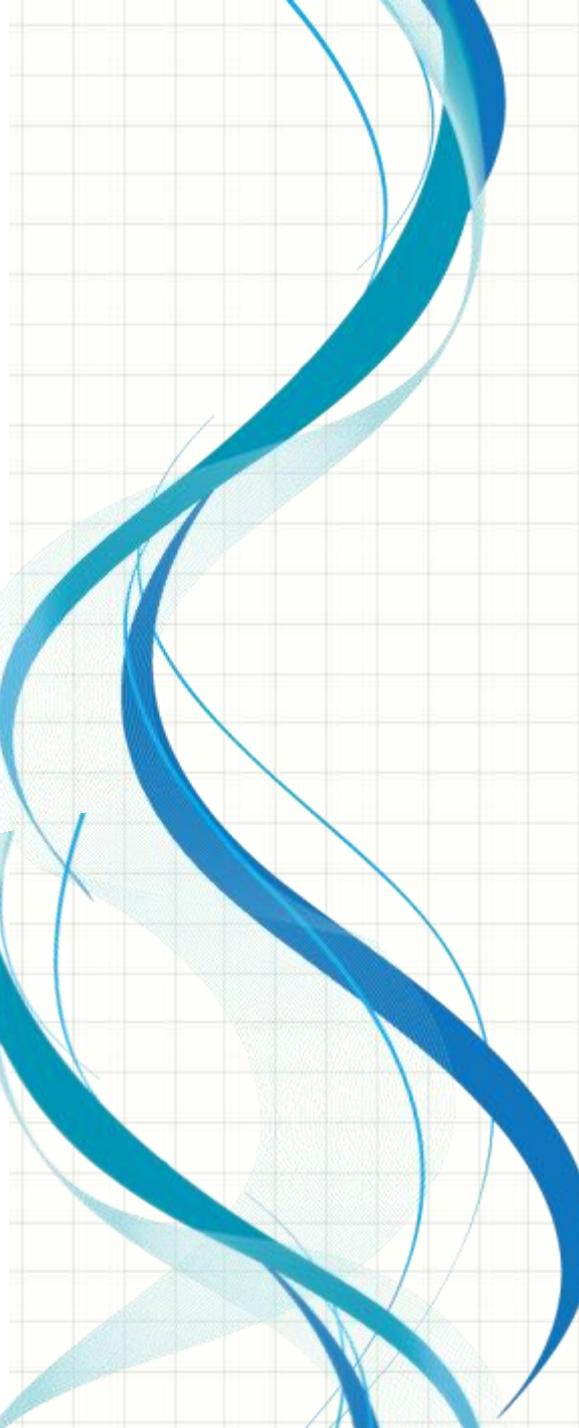




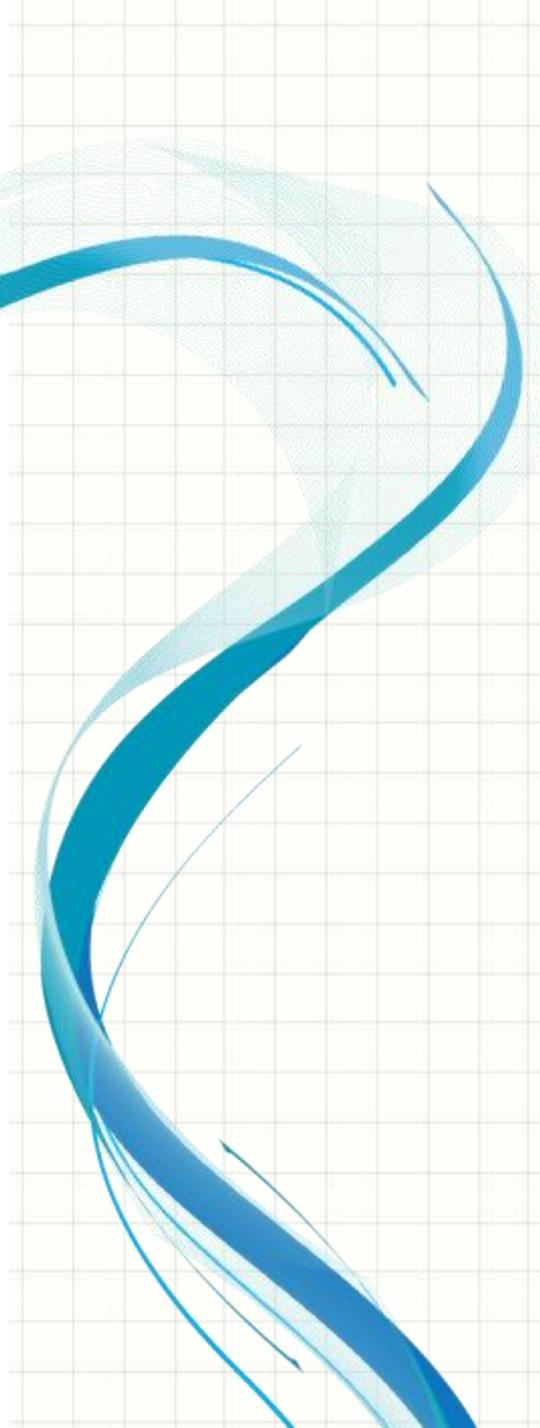
RAPPRESENTAZIONI SPONTANEE DI RISOLUZIONE DI PROBLEMI IN CONTINUITÀ TRA SCUOLA DELL'INFANZIA E SCUOLA PRIMARIA

Claudio Poretti, Istituto scolastico
comunale di Lugano, Canton Ticino

Silvia Sbaragli, DFA – SUPSI di
Locarno – NRD di Bologna

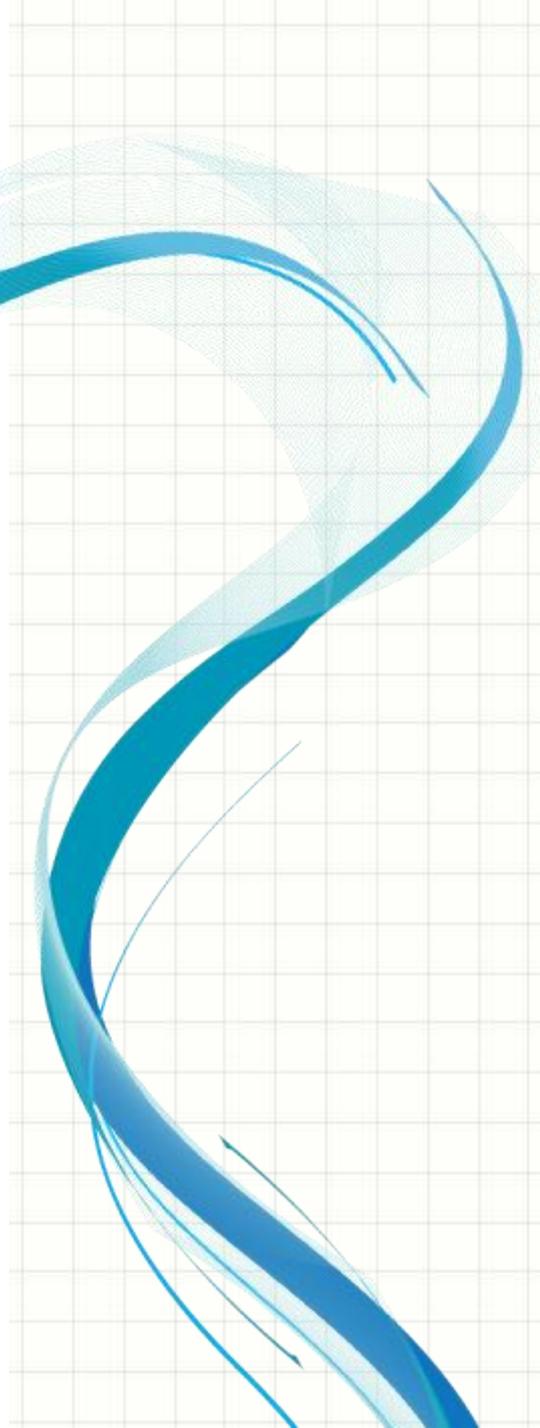


La vita quotidiana pone problemi anche ai bambini di 3-6 anni, la cui soluzione richiede operazioni aritmetiche, eppure a questo si dà poca importanza all'ingresso della scuola primaria.



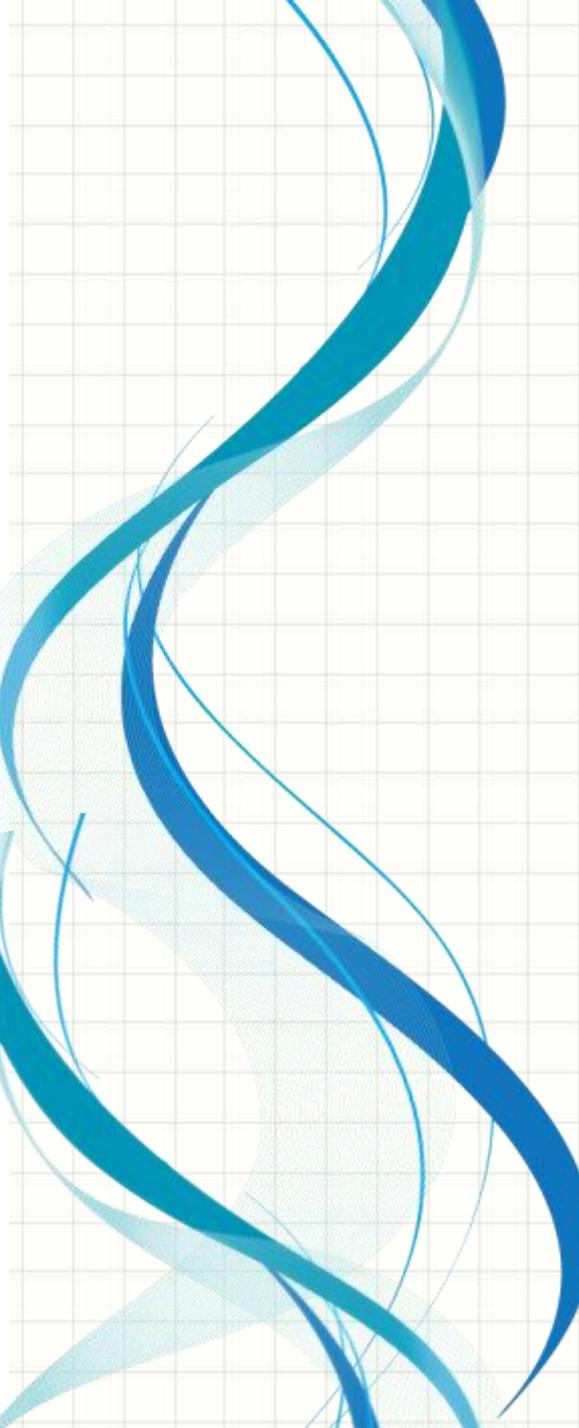
Sinclair de Zwart (1983) afferma:
«si pensa che i bambini non siano
in grado di sommare, sottrarre,
moltiplicare o dividere: questo è
ciò che devono apprendere.

E non si pensa che la notazione di
queste operazioni possa creare
particolari difficoltà; le difficoltà,
se ci sono, sono al livello delle
operazioni stesse».

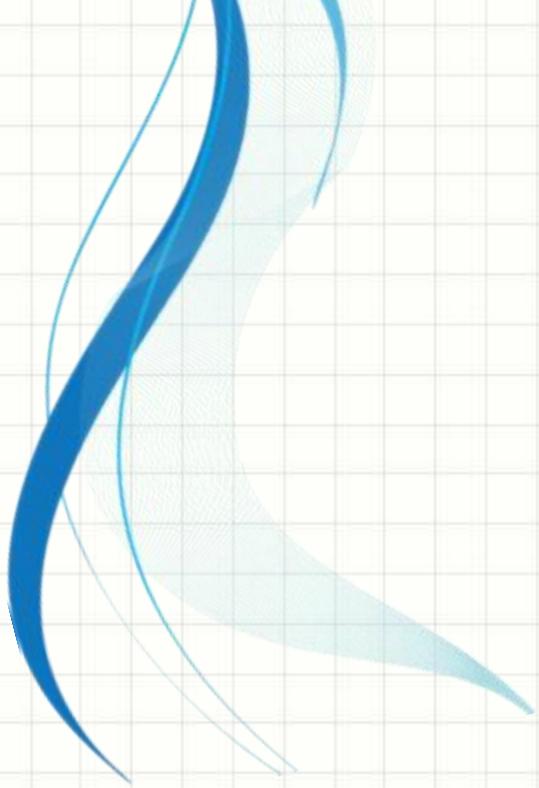


L'aritmetica viene insegnata come se la concettualizzazione delle operazioni coincidesse con la loro simbolizzazione scritta, con la loro rappresentazione formale.

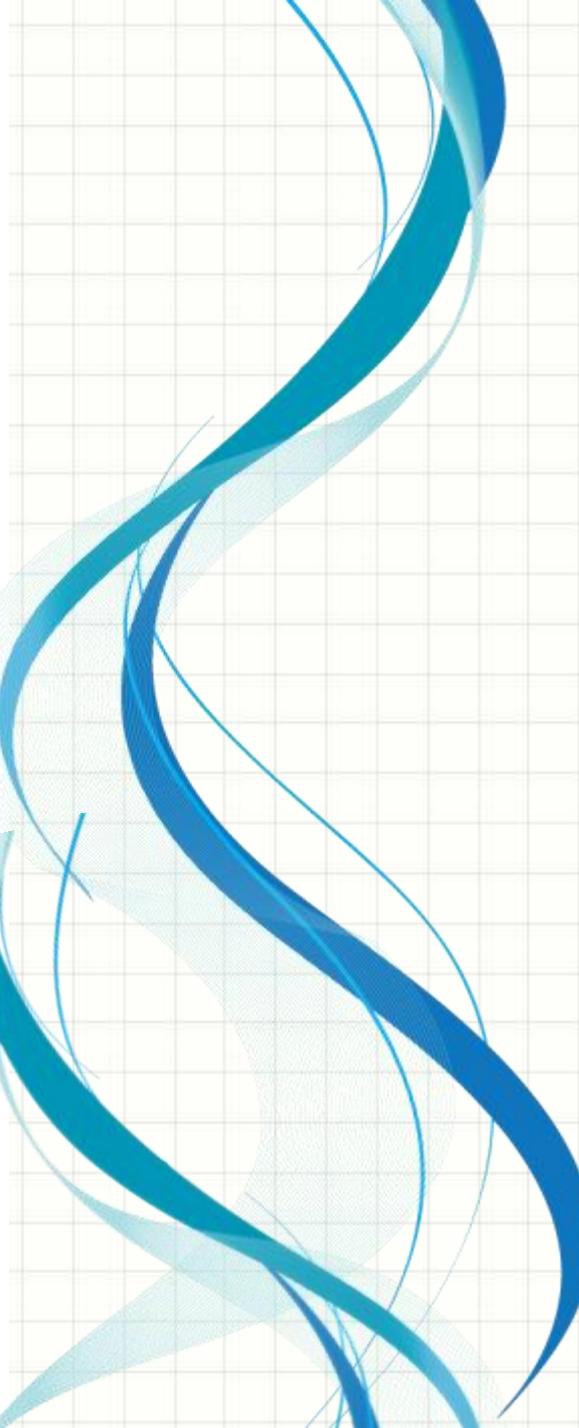
Invece, occorre capire bene come le strategie ingenue messe in atto dai bambini interagiscono con i sistemi formali che si insegnano, al fine di poterne ricostruire la “preistoria”, così come osservava Vygotskij (1980).



Diverse ricerche anche datate hanno dimostrato che i bambini di età prescolare dispongono già di diverse competenze nell'eseguire in concreto operazioni aritmetiche richieste dalla soluzione di problemi orali (Pontecorvo e Pontecorvo, 1986; Baldisserri, et al. 1993).



Strategie personali di rappresentazione delle variazioni di quantità e delle relative operazioni aritmetiche (5-6 anni) (Agli, Martini, 1995).



Sastre e Moreno (1976) avevano rilevato che ancora a 6-7 anni i bambini alla richiesta di usare carte e matita per comunicare ai compagni che avevano aggiunto o tolto oggetti in una raccolta, pur essendo in grado di operare addizioni e sottrazioni, **non utilizzavano spontaneamente i formalismi convenzionali (i segni +, -, =), ma ricorrevano a altri modi (cancellare con una riga, disegnare le dita di una mano, scrivevano “aggiungi” o “togli”, ...).**



Metodologia della ricerca (1)

82 bambini di scuola dell'infanzia (ultimo anno) e primaria (primi mesi della prima elementare) del Canton Ticino.

Proposti 4 problemi verbali standard, con numeri semplici, che coinvolgono le 4 classiche operazioni.

I problemi sono stati somministrati prima che venissero introdotte le operazioni risolutive in modo formale.



Metodologia della ricerca (2)

Sono stati proposti a livello individuale e in forma orale.

Inizialmente si chiedeva al bambino se sapeva **rispondere in forma orale** e poi veniva invitato a rispondere alla domanda in **forma scritta** su un foglio A4.

252 colloqui e rappresentazioni spontanee raccolti.

1. Le risposte verbali

Fornisce la risposta orale (corretta C/non corretta NC/ non fornisce NF)	Motiva la risposta (corretto C/ non corretto NC/ non motiva NM)

2. Le rappresentazioni

Fornisce una rappresentazione (corretta C/ non corretta NC/ non fornisce NF)	Rappresentazione (stato iniziale SI / processo P/ stato finale F/completo C)

Rappresentazione (pittorica P/ iconica I/ aritmetica A/ linguistica L)					
P	I	A	L	PA	LA

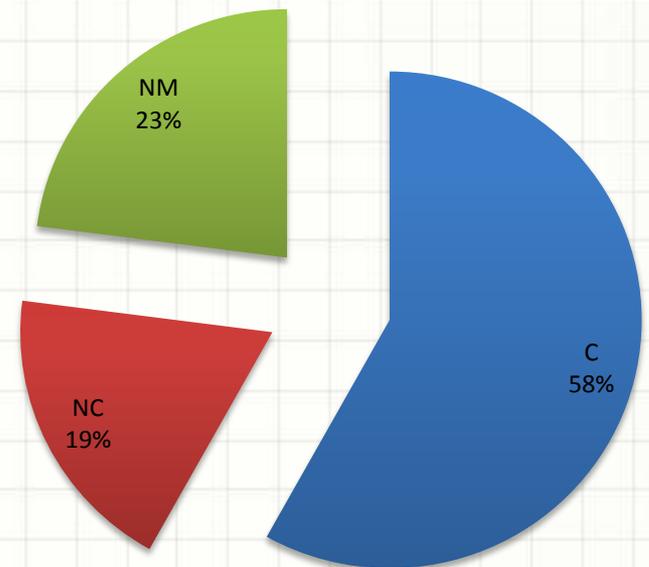
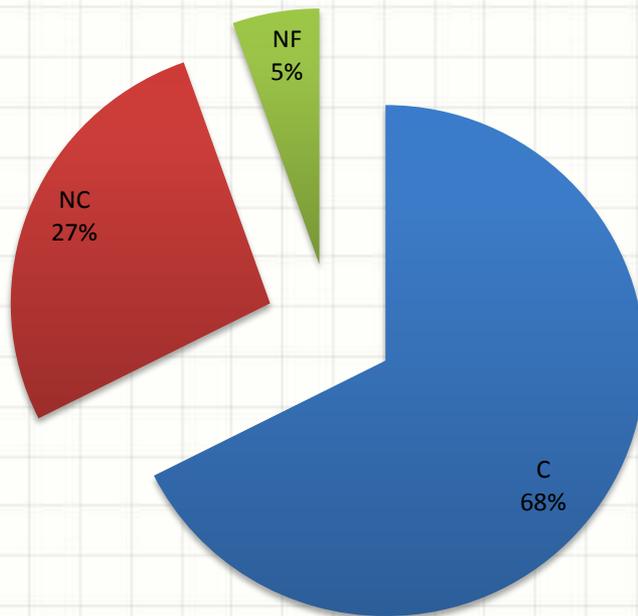
Tipologie di rappresentazioni dell'addizione

Leonardo ha 6 palline e suo fratello
Francesco gliene regala 2. Quante palline
ha ora Leonardo?

Leonardo ha 6 palline e suo fratello Francesco gliene regala 2. Quante palline ha ora Leonardo?

74 bambini intervistati

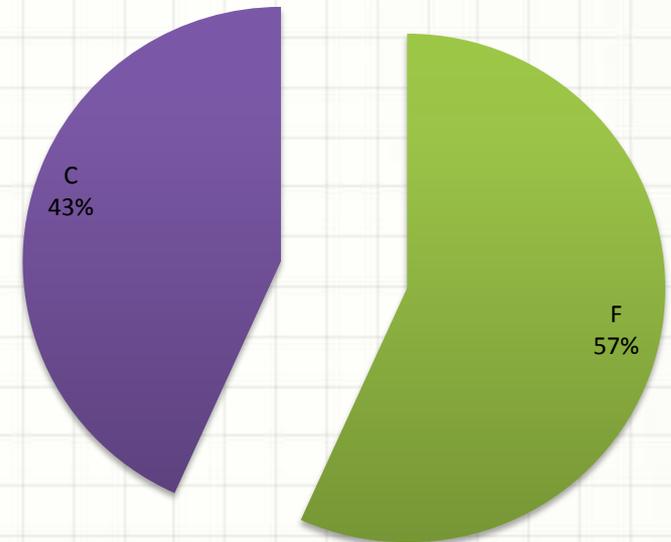
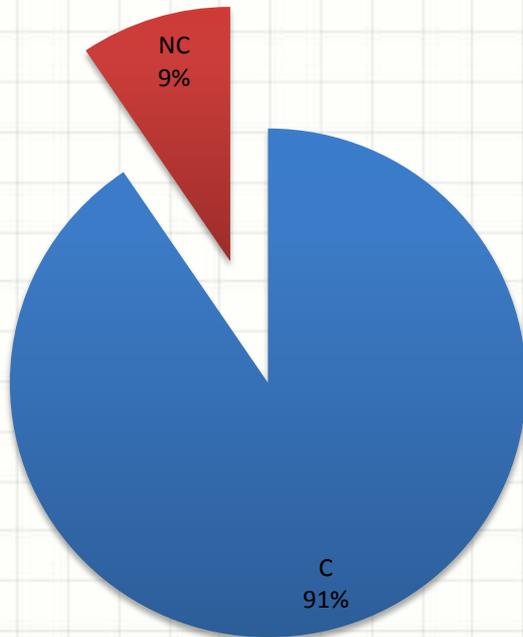
Fornisce la risposta orale (corretta C/non corretta NC/ non fornisce NF)			Motiva la risposta (corretto C/ non corretto NC/ non motiva NM)		
C	NC	NF	C	NC	NM
50	20	4	43	14	17
67.57	27.03	5.41	58.11	18.92	22.97



Leonardo ha 6 palline e suo fratello Francesco gliene regala 2. Quante palline ha ora Leonardo?

74 bambini intervistati

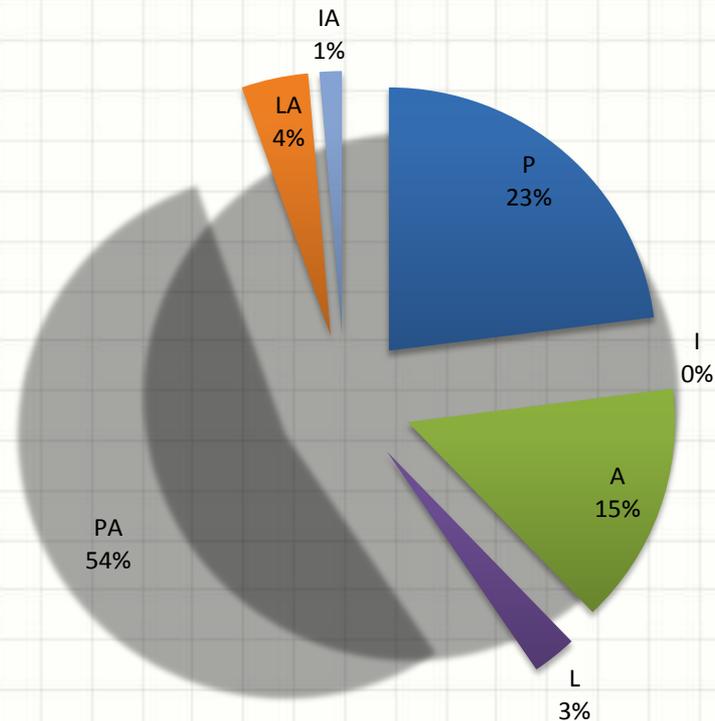
Fornisce una rappresentazione (corretta C/ non corretta NC/ non fornisce NF)			Rappresentazione (stato iniziale SI / processo P/ stato finale F/completo C)			
C	NC	NF	SI	P	F	C
67	7	0	0	0	42	32
90.54	9.46	0.00	0.00	0.00	56.76	43.24



Leonardo ha 6 palline e suo fratello Francesco gliene regala 2. Quante palline ha ora Leonardo?

74 bambini intervistati

Rappresentazione (pittorica P/ iconica I/ aritmetica A/ linguistica L)						
P	I	A	L	PA	LA	IA
17	0	11	2	40	3	1
22.97	0.00	14.86	2.70	54.05	4.05	1.35



Rappresentazione pittorica (P) del processo

Mina (5.3)

Conta con le dita... 8!

- *Perché?* -

- *Ho contato con le dita fino a 8!* - Mi fa vedere.

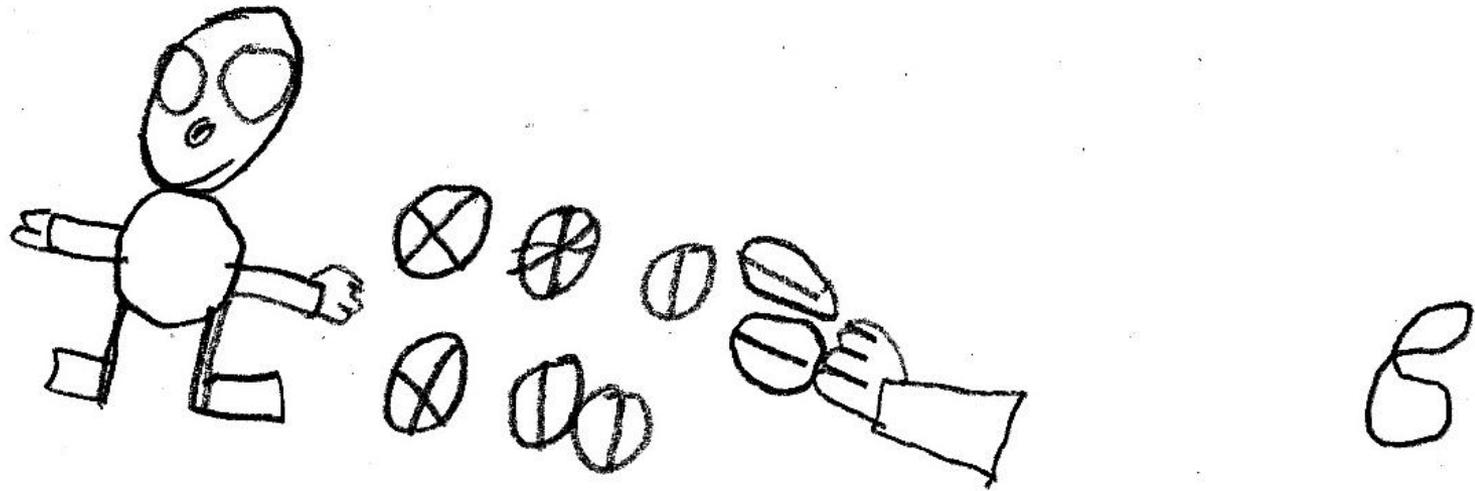
(Disegna verticalmente 6 palline e poi accanto altre 2).



Rappresentazione pittorica e aritmetica (PA) completa

Processo: talvolta si disegna la mano che opera.

Filip (6.2)



Dice subito 8.

- *Perché?* -

(Non sa rispondere.

Allora gli chiedo di disegnare la risposta).

Rappresentazione aritmetica e linguistica (LA) completa

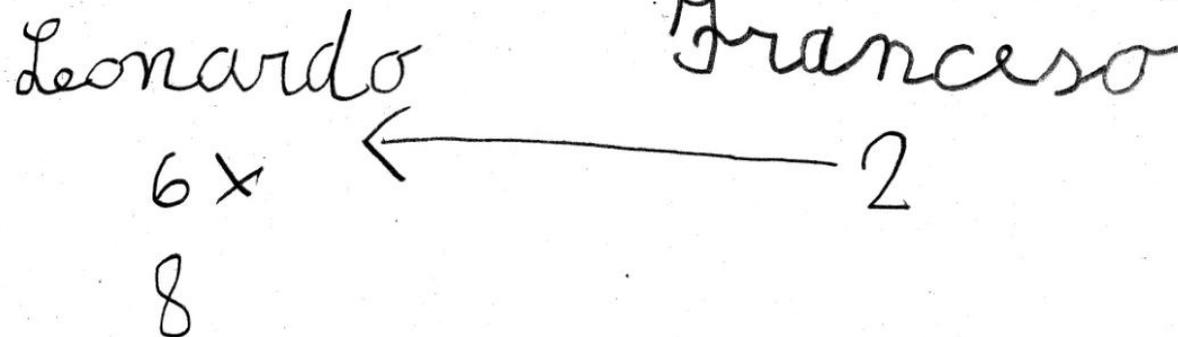
Javier (6.6)

Risponde velocissimo 8.

- *Perché?* -

- *Perché 6 più 2 fa 8.* -

Lo invito a disegnare.



Rappresentazione aritmetica (A) della situazione finale

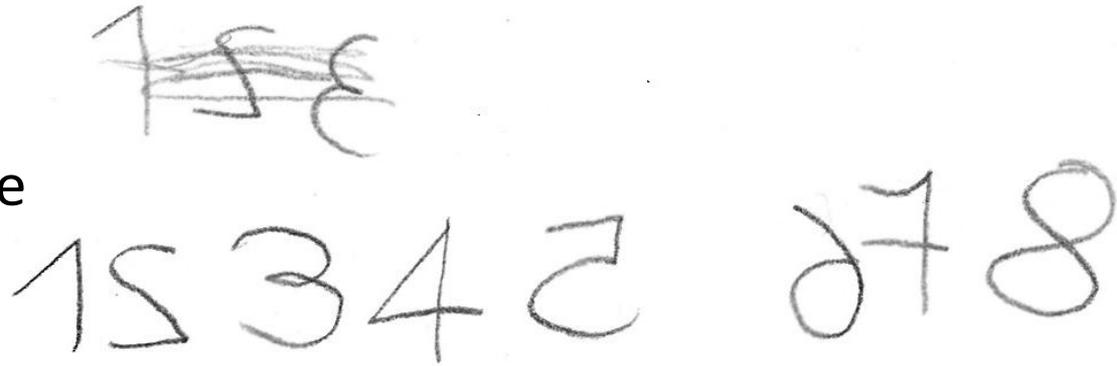
Emma (5.7)

Mi chiede di ripetere quante ne ha all'inizio, intanto pensa poi sorride e risponde sicura 8.

- Perché? -

- Non lo so come ho fatto ... ho contato ... ho messo due numeri: 7 e 8.-

Le chiedo di spiegarmelo sul foglio ma non è convinta, la rassicuro, poi lo fa anche se non appare convinta.



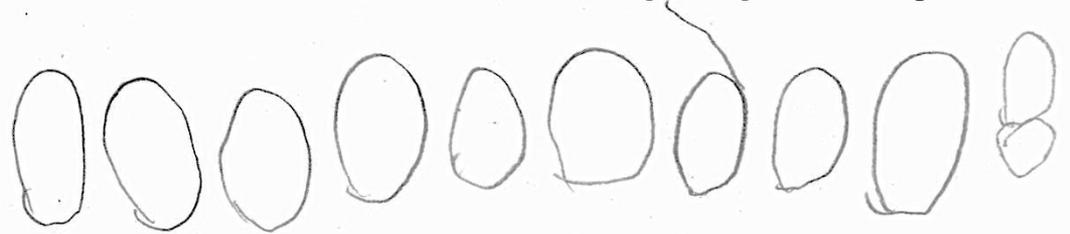
~~753~~
15342 078



Emma

Rappresentazione pittorica e aritmetica (PA) completa

Alberto (5.4)



Risponde 8.

- Perché? -

- Perché dopo il 6 viene 7 e se ne regala 2 viene 8! -

Spiega che all'inizio ne aveva 6 (disegna 6 palline e scrive il numero 6 a specchio) e poi gliene regala 2 (disegna 2 palline e scrive accanto il numero 8).

ALBERTO

Rappresentazione aritmetica (A) completa

Aurora (5.4)

Risponde subito 8.

- Perché 6 ne aggiungi

2 fa 8!-

- Non ho neanche
contato me lo
ricordavo già!-

6 2 8

AURORA

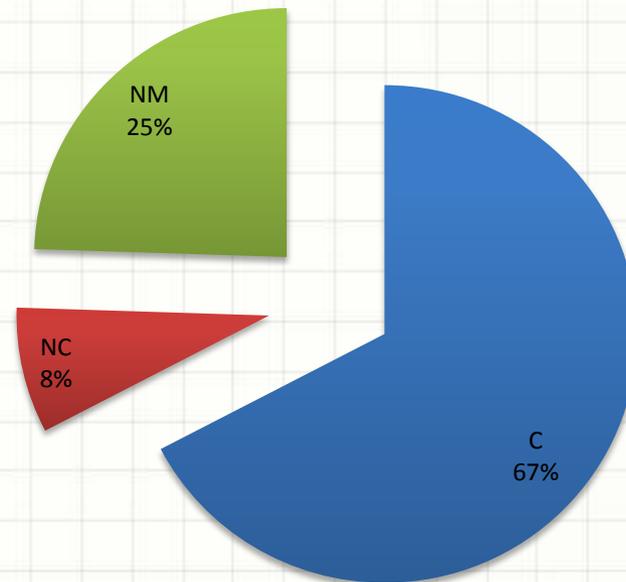
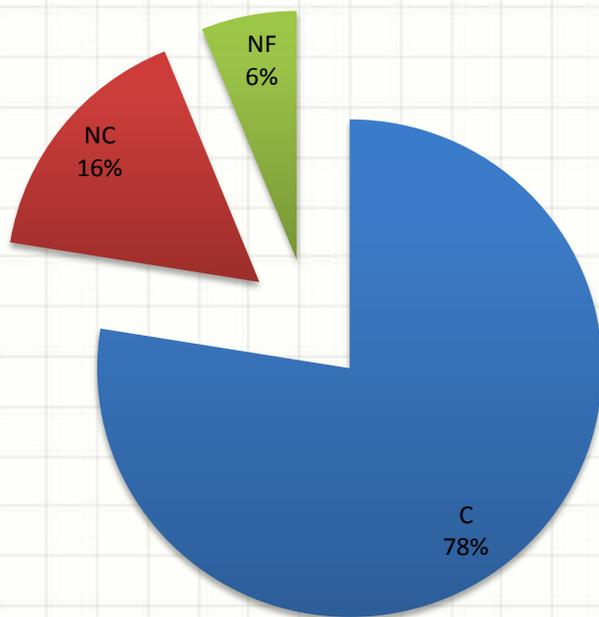
Tipologie di rappresentazioni della sottrazione

Viola ha ricevuto in regalo 8 palloncini, 3 palloncini scoppiano. Quanti palloncini rimangono a Viola?

Viola ha ricevuto in regalo 8 palloncini, 3 palloncini scoppiano. Quanti palloncini rimangono a Viola?

49 bambini intervistati

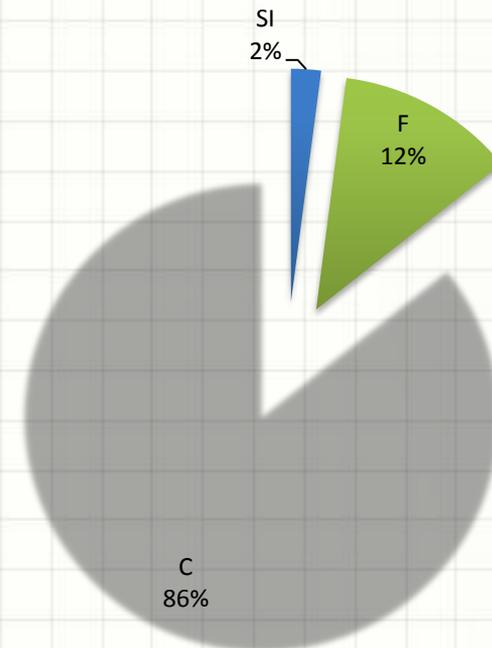
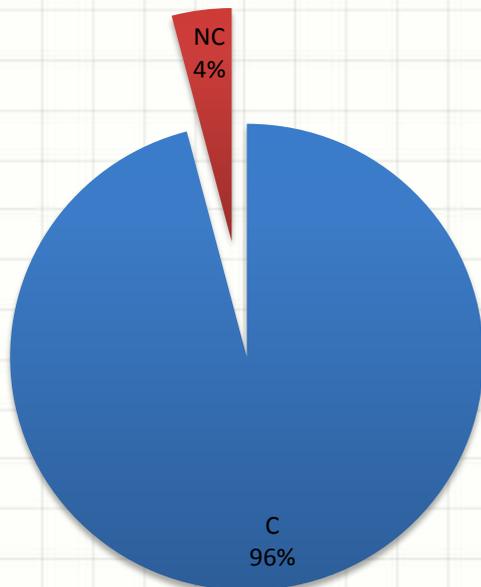
Fornisce la risposta orale (corretta C/non corretta NC/ non fornisce NF)			Motiva la risposta (corretto C/ non corretto NC/ non motiva NM)		
C	NC	NF	C	NC	NM
38	8	3	33	4	12
77.55	16.33	6.12	67.35	8.16	24.49



Viola ha ricevuto in regalo 8 palloncini, 3 palloncini scoppiano. Quanti palloncini rimangono a Viola?

49 bambini intervistati

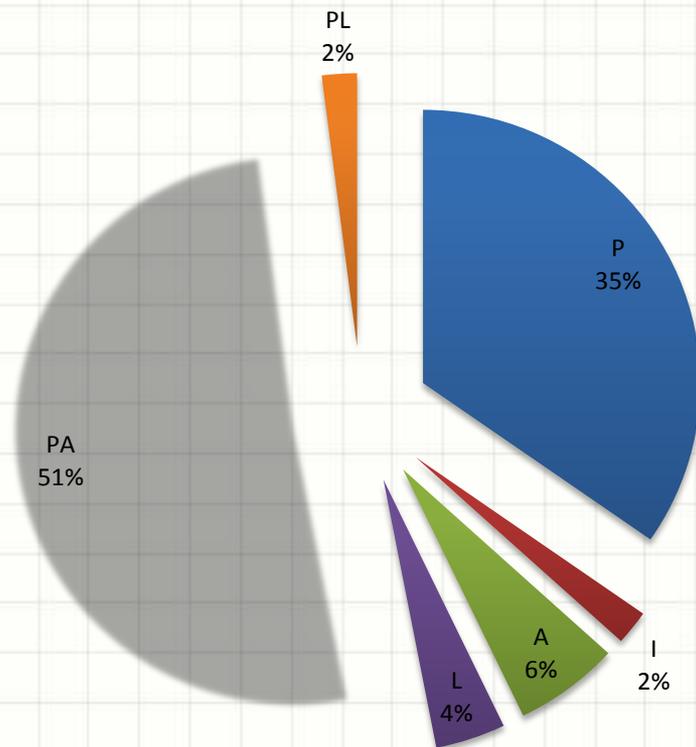
Fornisce una rappresentazione (corretta C/ non corretta NC/ non fornisce NF)			Rappresentazione (stato iniziale SI / processo P/ stato finale F/completo C)			
C	NC	NF	SI	P	F	C
47	2	0	1	0	6	42
95.92	4.08	0.00	2.04	0.00	12.24	85.71



Viola ha ricevuto in regalo 8 palloncini, 3 palloncini scoppiano. Quanti palloncini rimangono a Viola?

49 bambini intervistati

Rappresentazione (pittorica P/ iconica I/ aritmetica A/ linguistica L)					
P	I	A	L	PA	PL
17	1	3	2	25	1
34.69	2.04	6.12	4.08	51.02	2.04



Rappresentazione pittorica (P) della situazione iniziale

Risponde subito 5.

Anastasia (6.3)

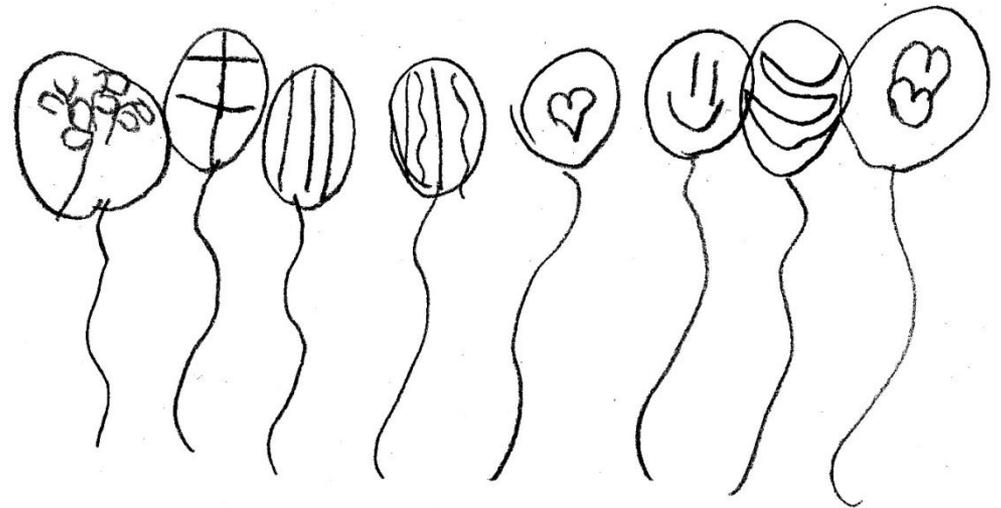
Usa le dita: forma l'8 con una mano aperta e tre dita dell'altra mano.

- Perché? -

- 5 più 3 fa 8. -

Usa le dita per dimostrare la soluzione.

- Riesci a mettere la risposta sul foglio? -



Rappresentazione pittorica e aritmetica (PA) completa

Risponde subito 5.

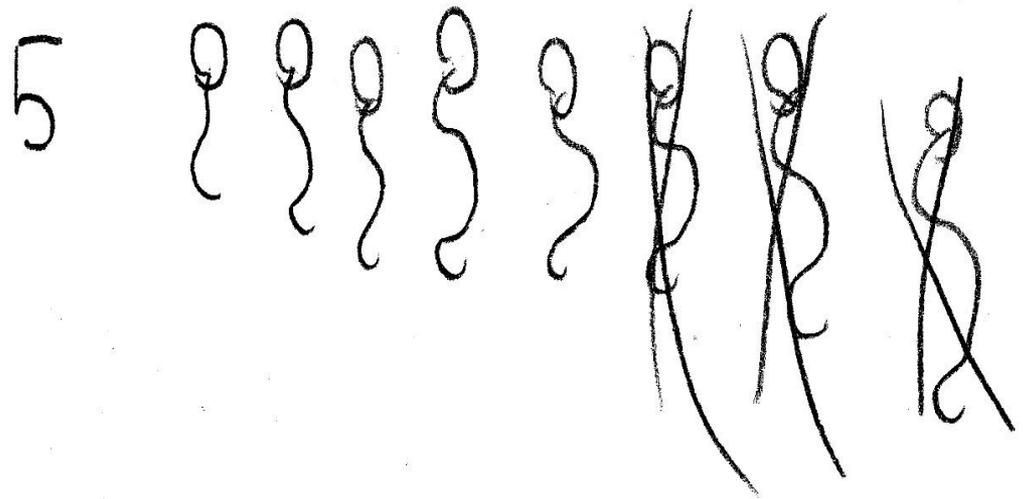
- *Perché?* -

- *8, ne scoppiano 3.* -

Poi mostra 8 dita e dice, abbassandone uno a uno:

- *1, 2, 3 e ne rimangono 5.* -

- *Sei capace a fare un disegno?* -



Gloria (6.8)

Rappresentazione pittorica e aritmetica (PA) completa

Javier (6.7)

Risponde subito 5.

- *Perché?* -

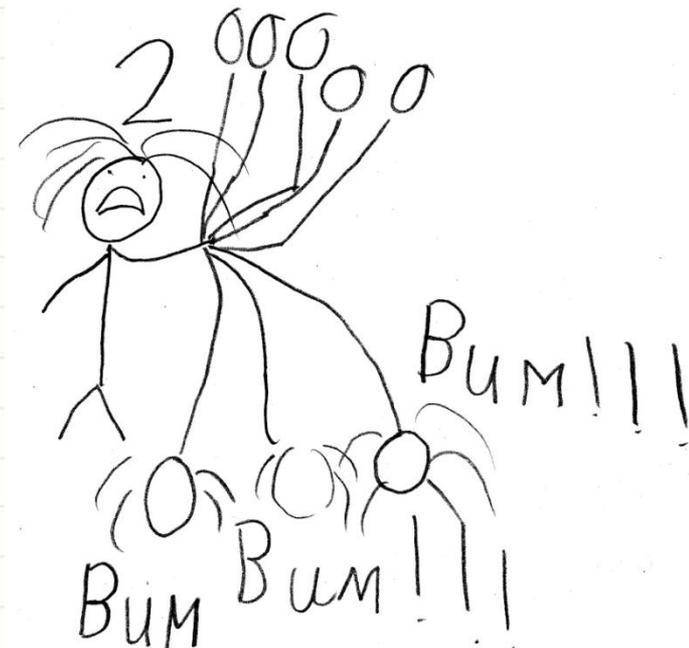
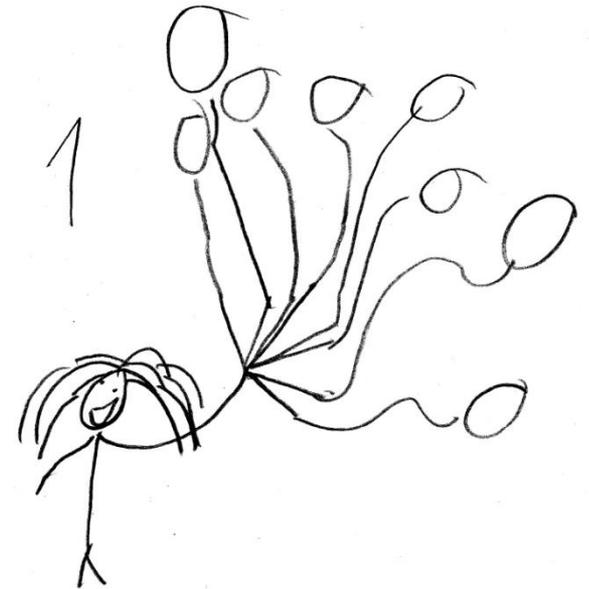
- *Perché 4 più 4 fa 8.* -

Mostra le due mani, ognuna con 4 dita alzate.

- *Scoppiano 3 e fa 5.* -

Usa le mani come prima e abbassa tre dita come dimostrazione.

- *Riesci a mettere la risposta sul foglio?* -



Rappresentazione linguistica (L) della situazione finale

Yakouba (6.5)

Dice 5.

Usa le dita per
dimostrare la risposta.

- *Vuoi farlo sul foglio?* -

- *Non voglio!* -

Alla fine scrive ...



~~otto~~ cinque

Rappresentazione aritmetica (A) completa

David (6.6)

Risponde subito 5.

- Perché? -
- 8 meno 3 è uguale a 5. -
- lo so scrivere il meno! -
- Sei capace a disegnare la risposta? A scriverla? -



David


$$8 - 3 = 5$$

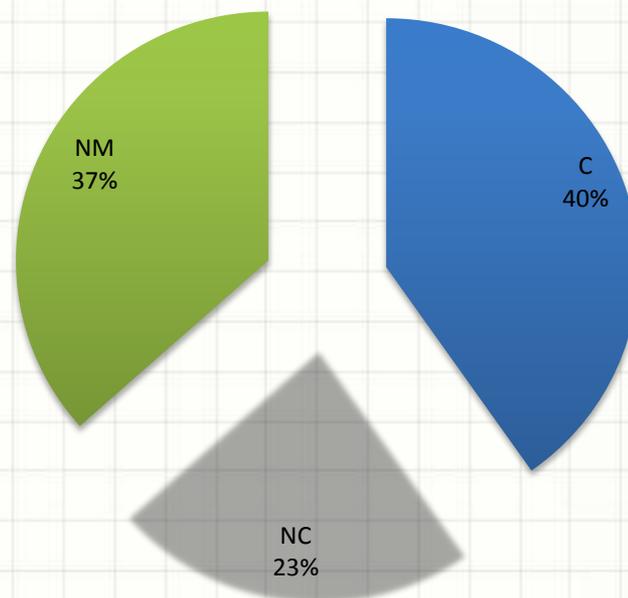
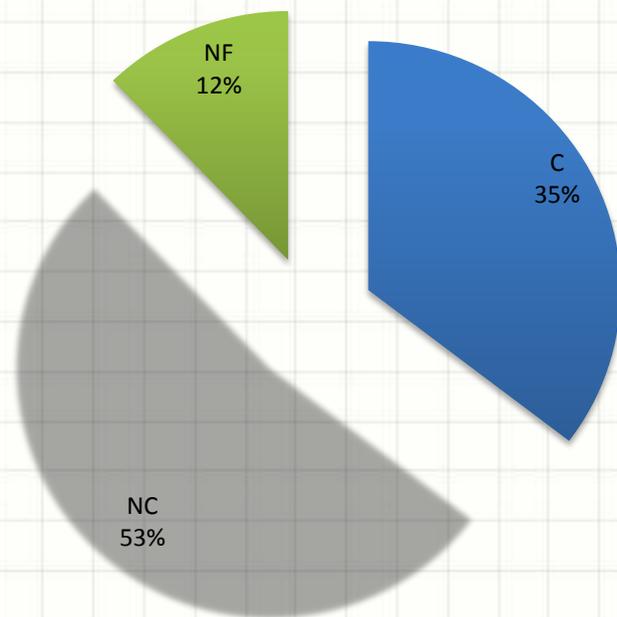
Tipologie di rappresentazioni della moltiplicazione

Anna ha 3 sacchetti di palline, in **ogni** sacchetto ci sono 4 palline. Quante palline ha Anna in tutto?

**Anna ha 3 sacchetti di palline, in ogni sacchetto ci sono 4 palline.
Quante palline ha Anna in tutto?**

82 bambini intervistati

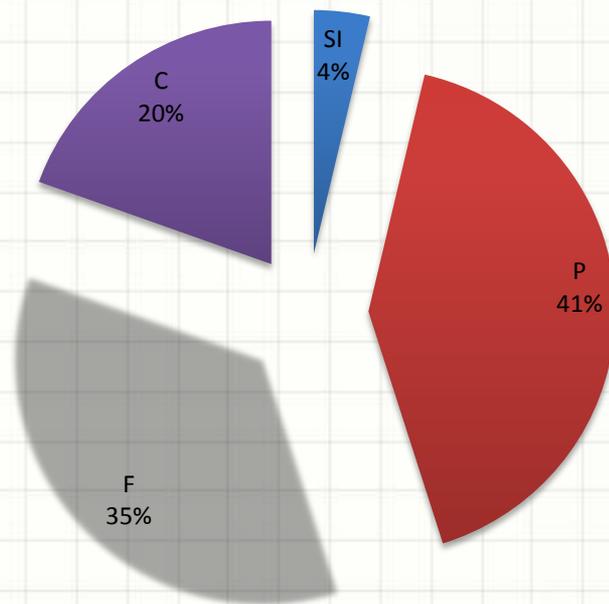
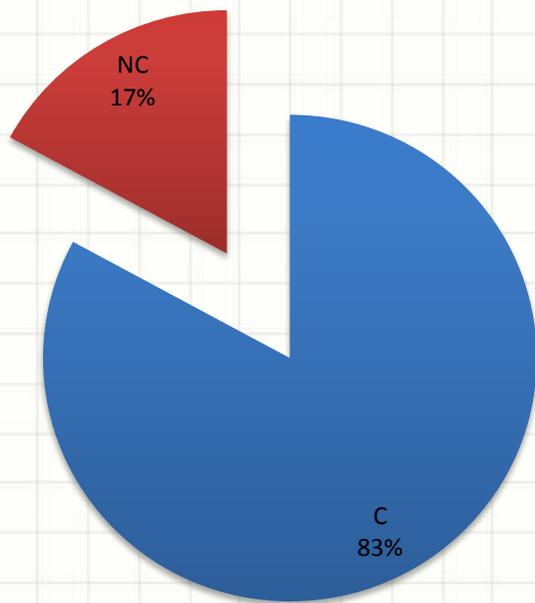
Fornisce la risposta orale (corretta C/non corretta NC/ non fornisce NF)			Motiva la risposta (corretto C/ non corretto NC/ non motiva NM)		
C	NC	NF	C	NC	NM
29	43	10	33	19	30
35.37	52.44	12.20	40.24	23.17	36.59



Anna ha 3 sacchetti di palline, in ogni sacchetto ci sono 4 palline. Quante palline ha Anna in tutto?

82 bambini intervistati

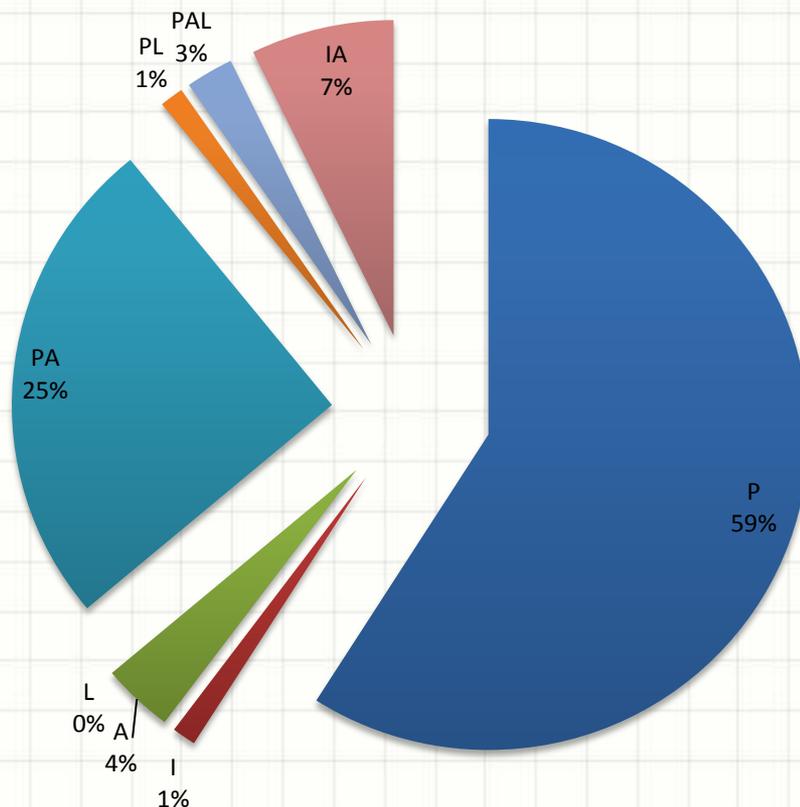
Fornisce una rappresentazione (corretta C/ non corretta NC/ non fornisce NF)			Rappresentazione (stato iniziale SI / processo P/ stato finale F/completo C)			
C	NC	NF	SI	P	F	C
68	14	0	3	34	29	16
82.93	17.07	0.00	3.66	41.46	35.37	19.51



**Anna ha 3 sacchetti di palline, in ogni sacchetto ci sono 4 palline.
Quante palline ha Anna in tutto?**

82 bambini intervistati

Rappresentazione (pittorica P/ iconica I/ aritmetica A/ linguistica L)							
P	I	A	L	PA	PL	PAL	IA
49	1	3	0	21	1	2	6
59.76	1.22	3.66	0.00	25.61	1.22	2.44	7.32



Rappresentazione pittorica (P) della situazione iniziale

Raffaella (6)

- Erano quanti i sacchetti?

- 3! -

Poi comincia a disegnare e dice:

- ha 4 palline! -

Non riesce a motivare la risposta.



Rappresentazione pittorica (P) del processo



Isabella (6.5)

Dice 4, si corregge subito e dice 3. La vedo in difficoltà.

- *Cosa potresti mettere sul foglio?* -

- *Disegnare?* -

- *Cosa?* -

Inizia a disegnare.

- *Mi spieghi cosa hai disegnato?* -

Non risponde.

Rappresentazione pittorica (P) della situazione finale

Abdel (6.8)

Pongo la domanda.

- Boh!-

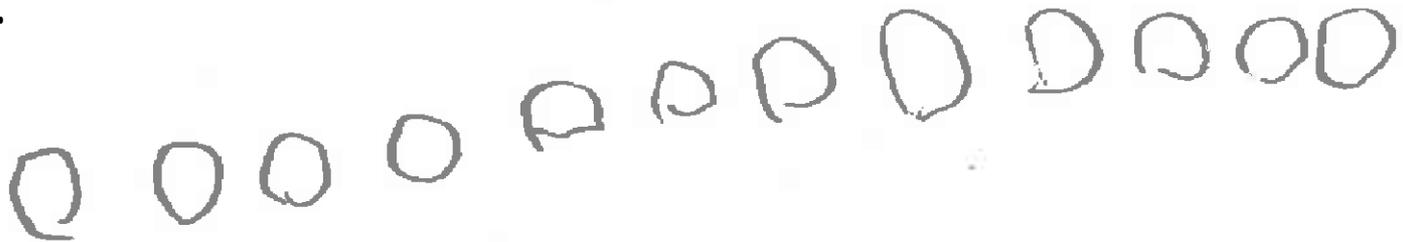
Ripeto un'altra volta la domanda.

Risponde che le palline sono 12.

- *Perché? Come hai fatto a scoprire il risultato? -*

- *Facendo i calcoli con la testa. -*

Lo invito a mettere la risposta sul foglio.



Rappresentazione pittorica (P) del processo

Ripeto con lei ancora una volta il problema.

Non sa rispondere. Passano alcuni secondi.

- *Sono 11?* -

- *Perché?* -

- *Ho pensato con le dita?* -

- *Fammi vedere come hai fatto?* -

Conta ancora, mostrandomi come fa e scopre che sono 12.

La invito a mettere la risposta sul foglio. La vedo bloccata.

- *Cosa potresti fare?* -

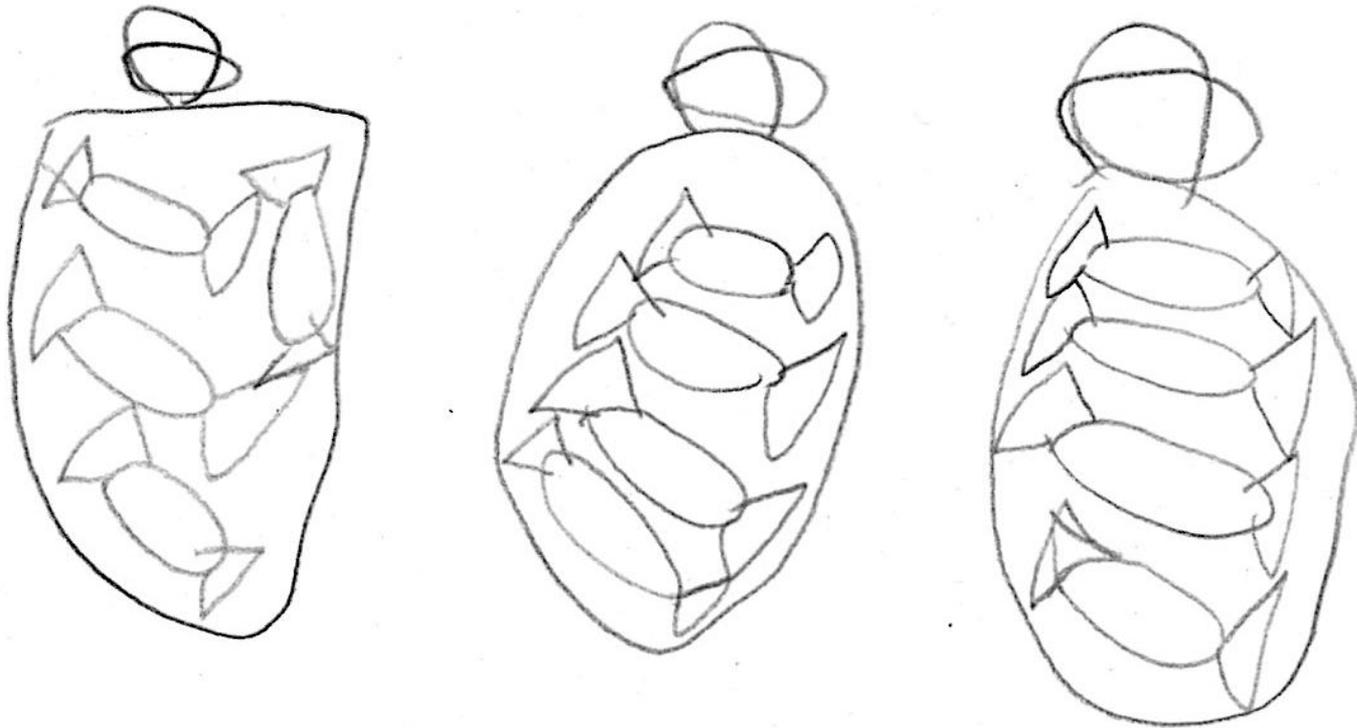
- *Disegnare i sacchetti?* -

- *E poi?* -

- *Le caramelle!* -

Esegue il disegno (si è fissata sulle caramelle anche se il problema parlava di palline).

Rappresentazione pittorica (P) del processo



Rappresentazione aritmetica (A) della situazione finale

Ian (6.8)

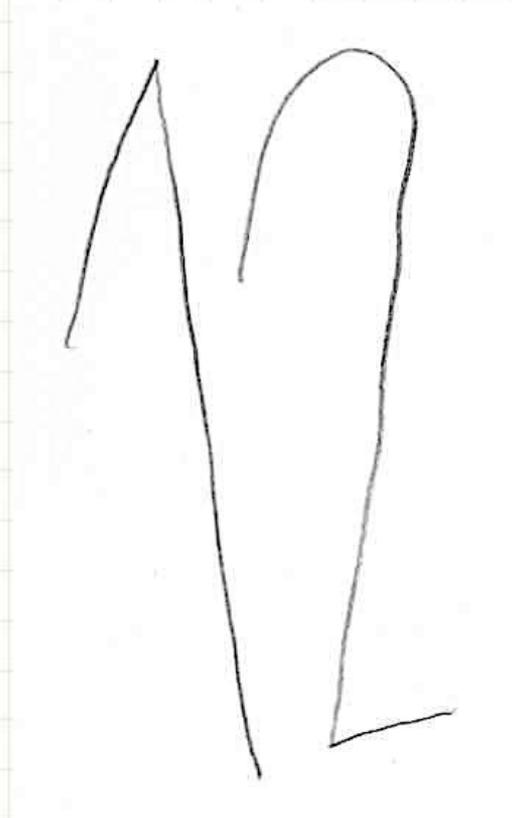
Dice subito che sono 8.

- *Sei sicuro?* -

Vedo che usa le dita. Ha aperto la mano e conta le dita della mano.

- *Sono 12!* -

Lo invito a mettere la risposta sul foglio.



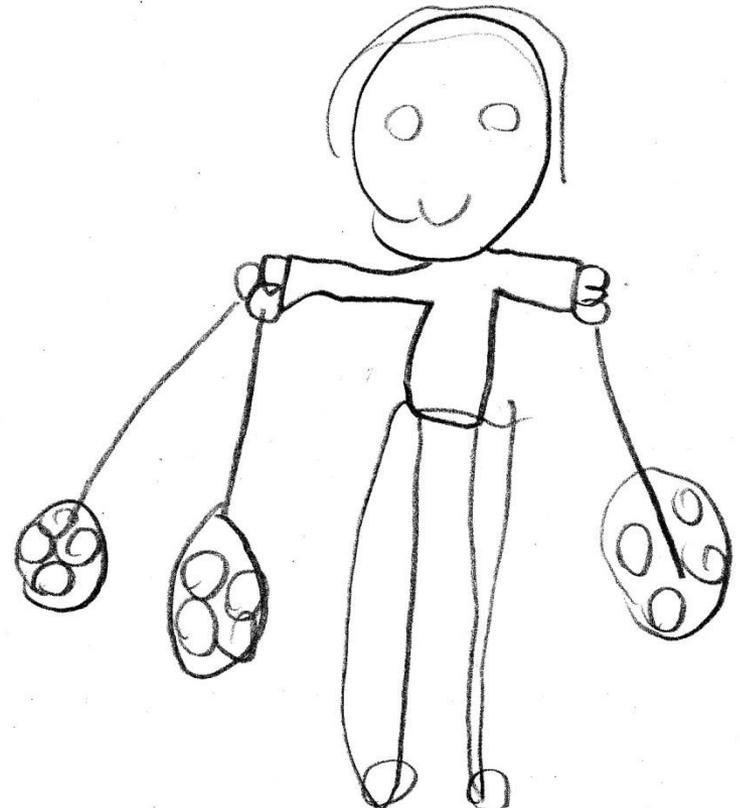
Rappresentazione pittorica e aritmetica (PA) completa

Alessandra (6.4)

Risponde subito 12.

- Perché? -
- 3 volte 4 fa 12, se facciamo il calcolo! -
- Che calcolo hai fatto? -
- $4 + 4 + 4$ fa 12. -
- Prova a disegnare! -

$$4 + 4 + 4 = 12$$



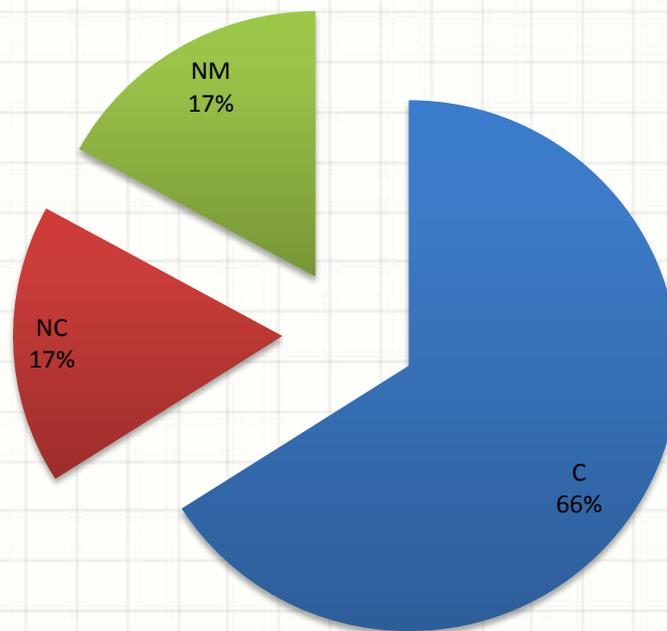
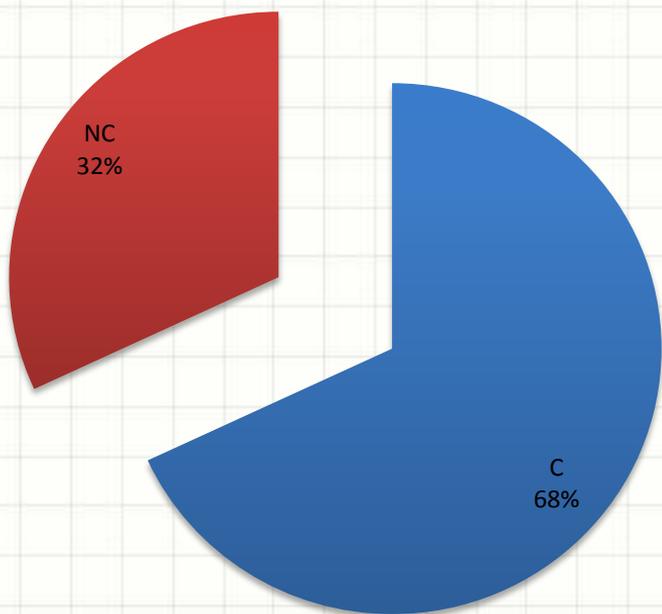
Tipologie di rappresentazioni della divisione

Sergio ha 8 fiori, ma ne vuole regalare metà a Leonardo. Quanti fiori dovrà dare a Leonardo?

Sergio ha 8 fiori, ma ne vuole regalare metà a Leonardo. Quanti fiori dovrà dare a Leonardo?

47 bambini intervistati

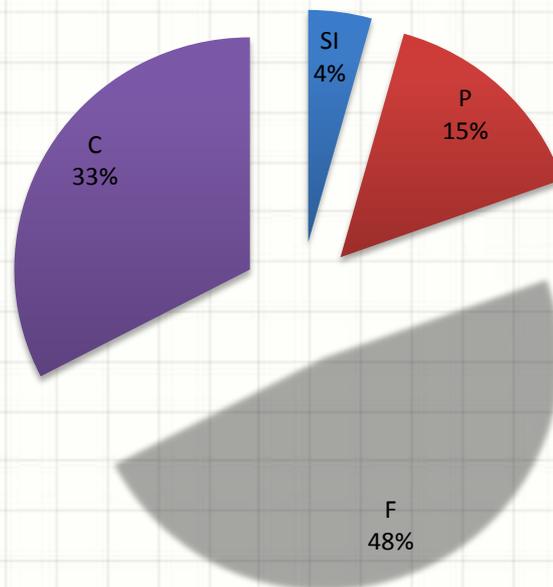
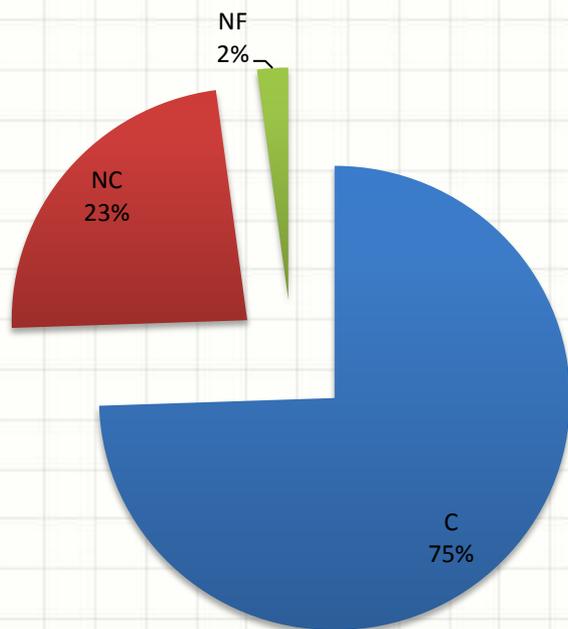
Fornisce la risposta orale (corretta C/non corretta NC/ non fornisce NF)			Motiva la risposta (corretto C/ non corretto NC/ non motiva NM)		
C	NC	NF	C	NC	NM
32	15	0	31	8	8
68.09	31.91	0.00	65.96	17.02	17.02



Sergio ha 8 fiori, ma ne vuole regalare metà a Leonardo. Quanti fiori dovrà dare a Leonardo?

47 bambini intervistati

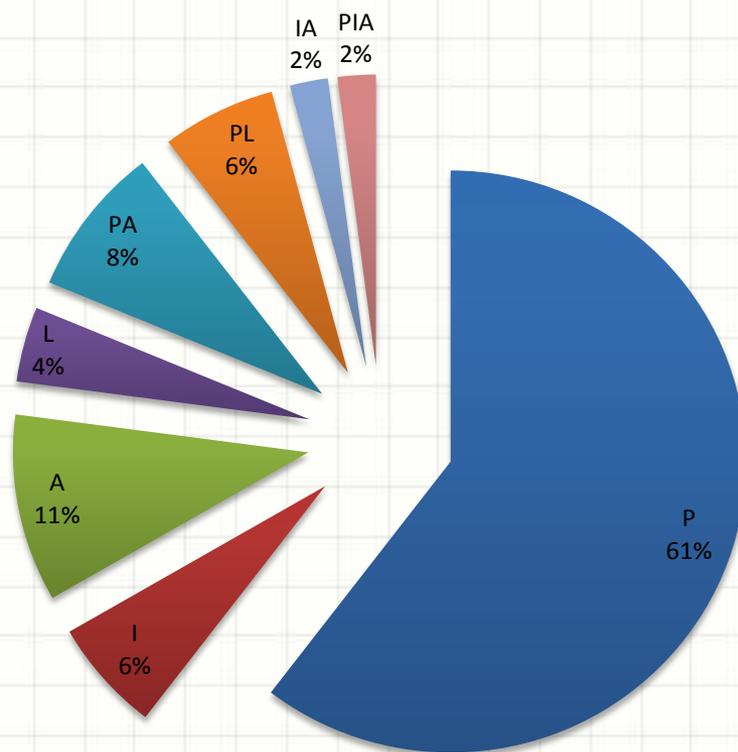
Fornisce una rappresentazione (corretta C/ non corretta NC/ non fornisce NF)			Rappresentazione (stato iniziale SI / processo P/ stato finale F/completo C)			
C	NC	NF	SI	P	F	C
35	11	1	2	7	22	15
74.47	23.40	2.13	4.35	15.22	47.83	32.61



Sergio ha 8 fiori, ma ne vuole regalare metà a Leonardo. Quanti fiori dovrà dare a Leonardo?

47 bambini intervistati

Rappresentazione (pittorica P/ iconica I/ aritmetica A/ linguistica L)							
P	I	A	L	PA	PL	IA	PIA
29	3	5	2	4	3	1	1
63.04	6.52	10.87	4.35	8.70	6.52	2.17	2.17



Rappresentazione pittorica (P) del processo



Vassilissa (6.8)

Risponde 7.

- *Perché?* -

Non sa rispondere.

La invito a disegnare.

Mi spiega che ha disegnato **le due bambine** ognuna con 8 fiori.

Rappresentazione pittorica (P) del processo

Victoria (6)

Ripeto due volte il problema

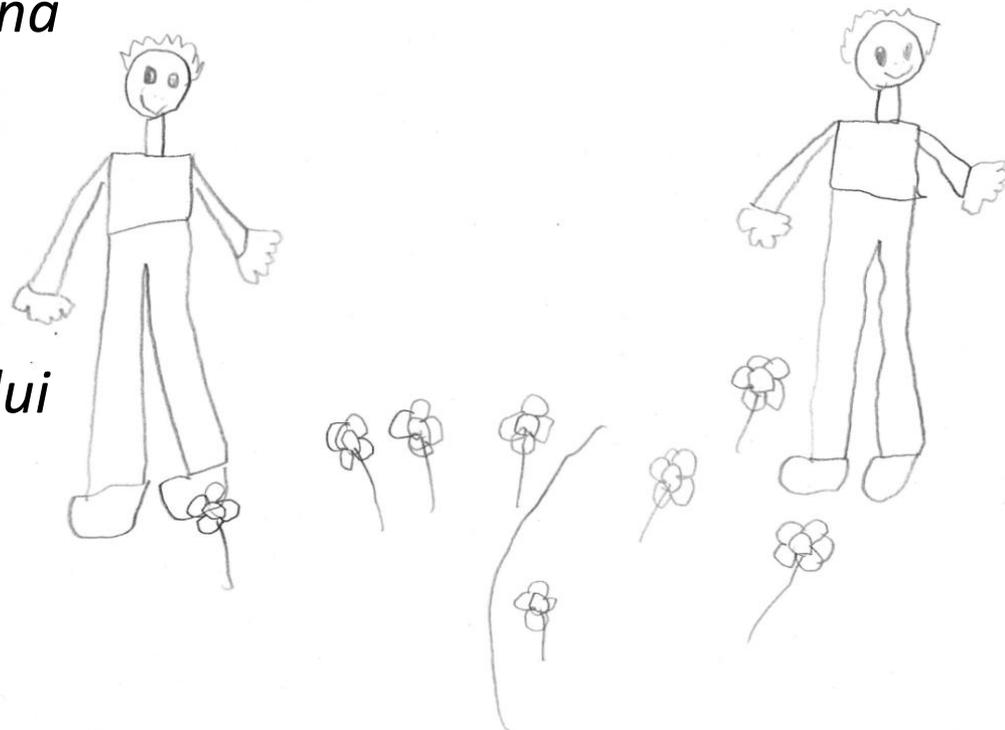
- Allora, (indica il foglio) devo disegnare una metà qua e una metà qua.

- Vuoi lavorare sul foglio? -

- Sì! -

Disegna 8 fiori, conta e dice:

- Ne regala 4 e ne rimane a lui 4! -



Rappresentazione pittorica (P) del processo

Antonio (6.3)

Risponde subito 4.

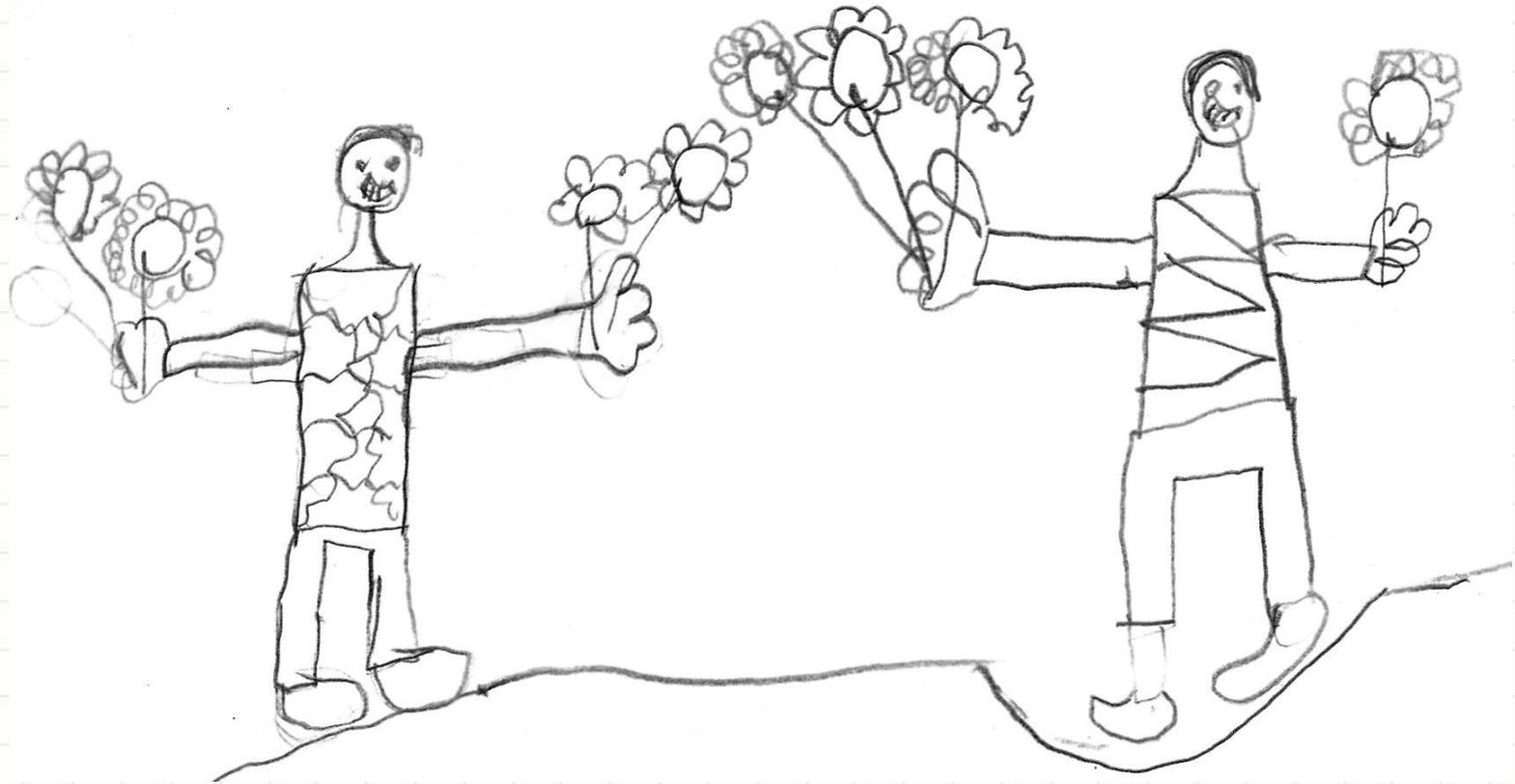
- *Perché?* -

- *4+4 fa 8 e se vai in giù fa 4.* -

- *Sei capace a mettere la risposta sul foglio?* -

Disegna i due bambini ognuno con 4 fiori. Mentre esegue il disegno commenta: - *a Sergio metto 2 fiori da una parte e due dall'altra; a Leonardo disegna 3 fiori in una mano e uno nell'altra.* -

Rappresentazione pittorica (P) del processo



Rappresentazione pittorica, iconica e aritmetica (PIA) del processo

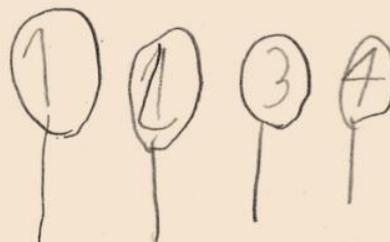
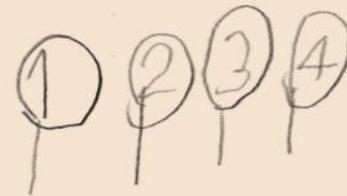
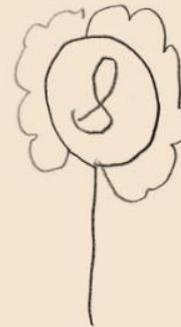
Massimo (6.9)

Usa le dita: apre una mano e mostra le 5 dita; apre l'altra mano con 3 dita.

Usando le mani aperte dimostra che Sergio ne dà 4 a Leonardo e gli rimangono 4 fiori.

Lo invito a mettere la risposta sul foglio.

Massimo



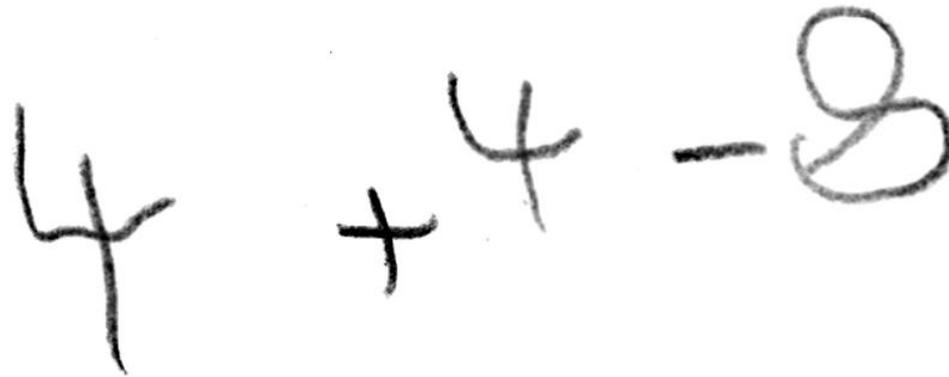
Rappresentazione aritmetica (A) completa

Mathias (6)

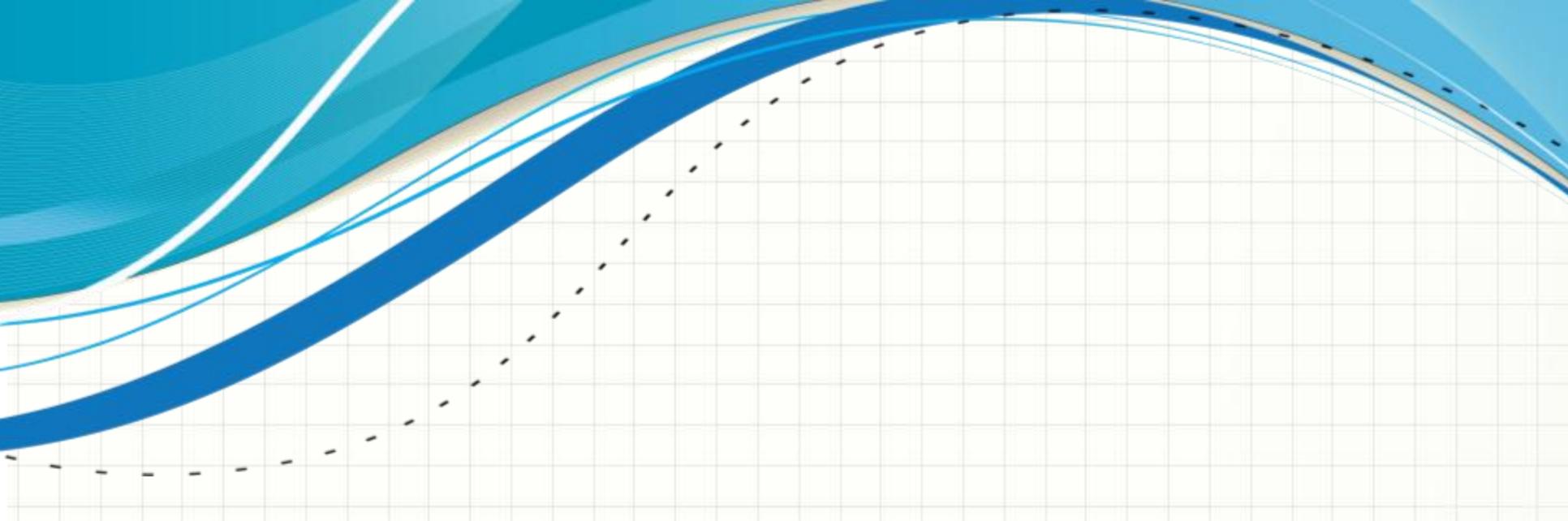
Risponde subito:

- 4 a Sergio e 4 a Leonardo. -
- Perché? -
- $4+4$ fa 8. -

Metti la risposta sul foglio.



A handwritten arithmetic expression on a white background, showing the calculation $4 + 4 = 8$. The numbers and symbols are drawn in a simple, childlike style.



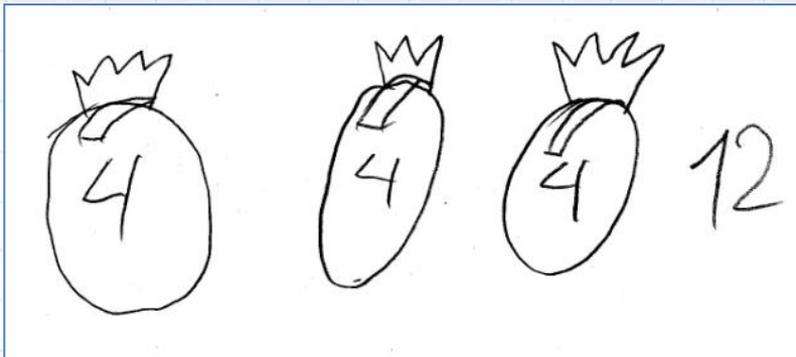
Di fronte a problemi diversi i bambini fanno uso di diverse modalità di rappresentazioni

Ecco l'esempio di Edoardo ...

Leonardo ha 6 palline e suo fratello Francesco gliene regala 2. Quante palline ha ora Leonardo?

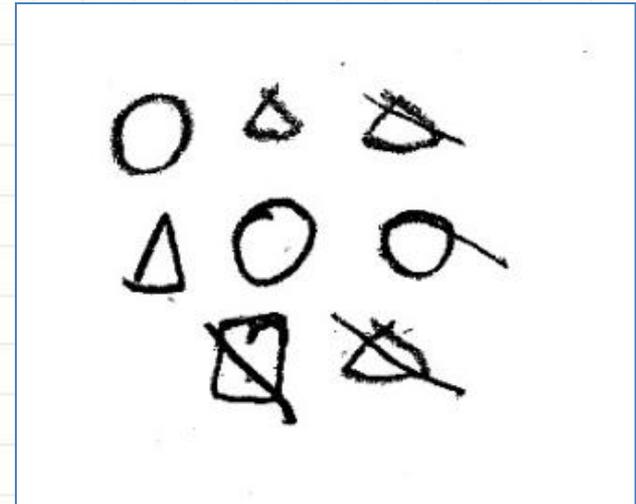
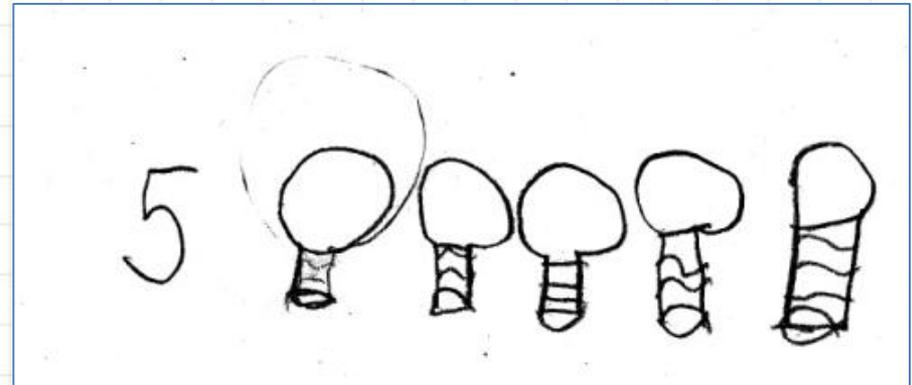
Edoardo
 $6 + 2 = 8$

Edoardo (6.9)

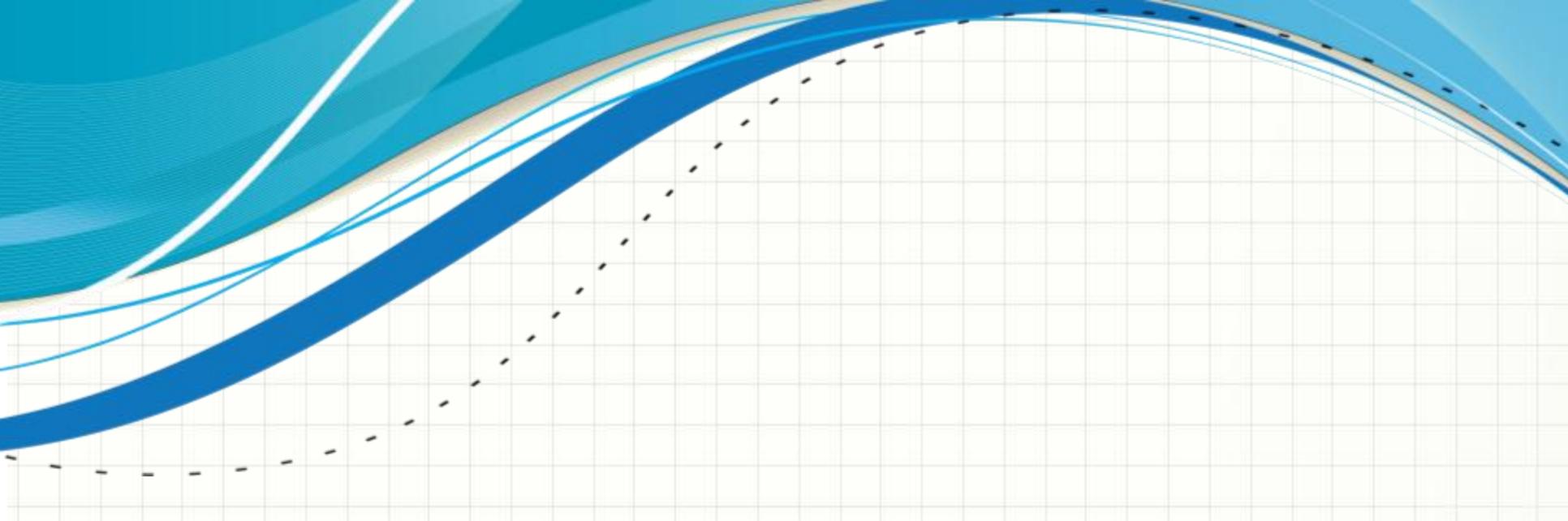


Anna ha 3 sacchetti di palline, in ogni sacchetto ci sono 4 palline. Quante palline ha Anna in tutto?

Viola ha ricevuto in regalo 8 palloncini, 3 palloncini scoppiano. Quanti palloncini rimangono a Viola?



Sergio ha 8 figurine, ma ne vuole regalare metà a Leonardo. Quante figurine dovrà dare a Leonardo?



... quando una strategia a un certo punto non funziona più!

Margherita (6.1)

Risponde subito 8.

- Perché? -

- Prima ne aveva 6.

Adesso, che ne ha 2 in
più, ha 8 palline. -

- Sei capace a mettere sul
foglio la risposta? -

- Come? -

- Come vuoi! -

Disegna il 6 ricalcando la
mano aperta e poi
ripassa un pollice;
poi ripassa altre 2 dita:

- Sono 8! -

Leonardo ha 6 palline e suo fratello
Francesco gliene regala 2. Quante
palline ha ora Leonardo?

8



Viola ha ricevuto in regalo 8 palloncini, 3 palloncini scoppiano. Quanti palloncini rimangono a Viola?

Margherita (6.1)

Risponde subito 5.

- *Perché?* -

Forma l'8 utilizzando le mani e dice:

- *Tolgo tre (palloncini) e ne rimangono 5!* -

- *Sei capace a mettere sul foglio la risposta?* -

(Disegna le 8 dita ricalcando la mano aperta e poi ripassando ancora tre dita; disegna poi una mano aperta con le 5 dita spiegando che a Viola rimangono 5 palloncini).



Margherita (6.1)

Risponde subito 12.

- Perché? -

- Ho tenuto le quattro dita (che mi mostra) e poi ho contato (utilizza le quattro dita):

1, 2, 3, 4

5, 6, 7, 8

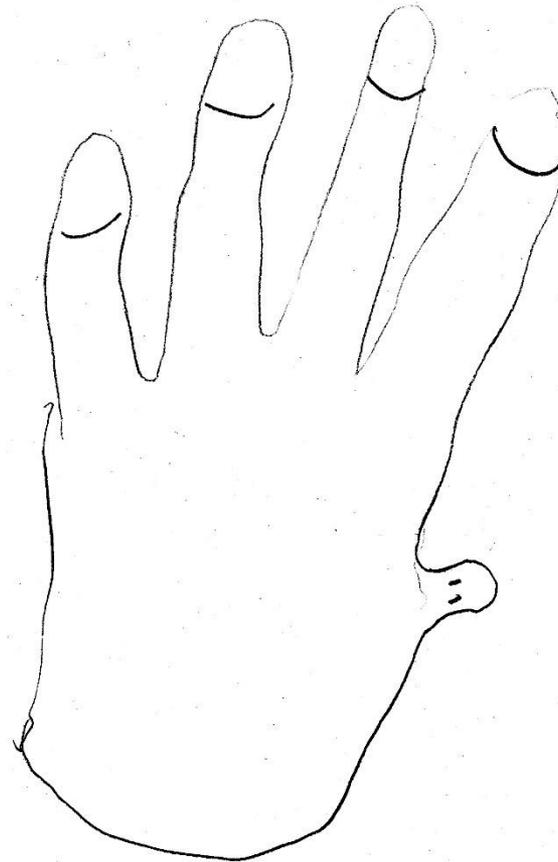
9, 10, 11, 12. -

- Sei capace a mettere sul foglio la risposta? -
Disegna la mano aperta che mostra le 4 dita e dice:

Disegna la mano aperta che mostra le 4 dita e dice:

- Tre volte quattro! -

Anna ha 3 sacchetti, in ogni sacchetto ci sono 4 palline. Quante palline ha Anna in tutto?



3 4

12

Sergio ha 8 figurine, ma ne vuole regalare metà a Leonardo. Quante figurine dovrà dare a Leonardo?

Margherita (6.1)

Ripeto due volte la domanda.

Risponde 3.

- *Perché?* -

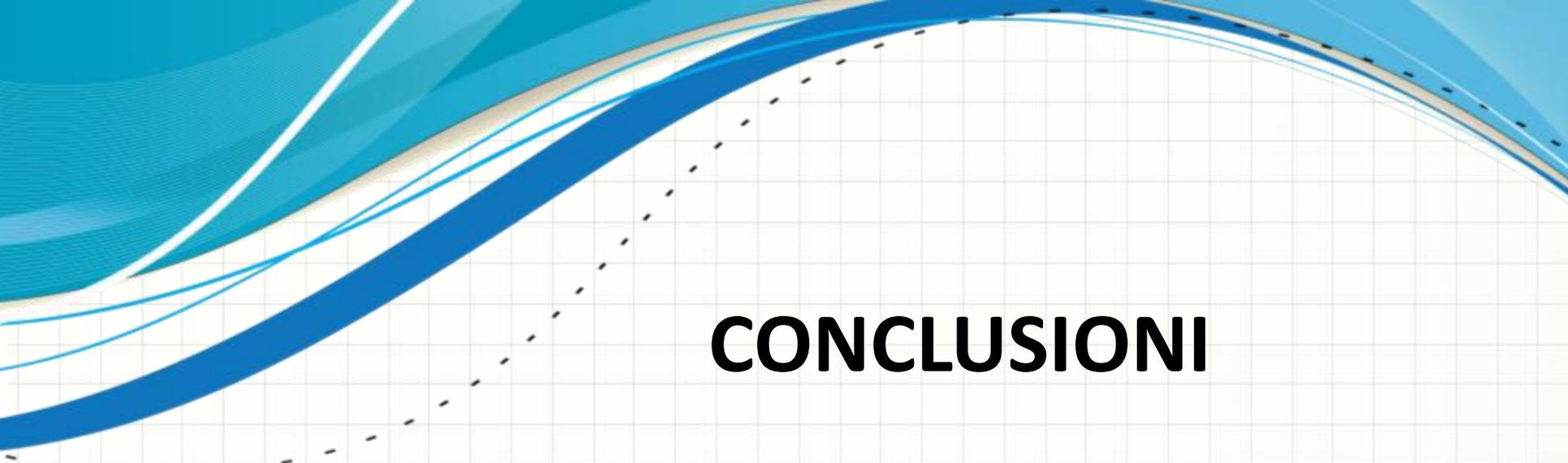
Apri le due mani: con la destra mostra le 5 dita e con la sinistra tre dita. Dice:

- *Ho pensato che una è la metà e l'altra mano l'altra metà.* -

- *Sai cosa vuol dire metà?* -

- *Non molto!* -





CONCLUSIONI

- Importante partire dalle competenze acquisite dagli allievi nei percorsi scolastici precedenti o in ambienti extrascolastici.
- Su questi costruire successivi apprendimenti.
- Senza imporre formalismi eccessivi che vincolano la costruzione personale da parte degli allievi.



BIBLIOGRAFIA

Aglì, F., & Martini, A. (1995). Rappresentazione e notazione della quantità in età prescolare. *Età evolutiva*. 51, 30-43.

Baldisserri, F., D'Amore, B., Fascinelli, E., Fiori, M., Gastaldelli, B., & Golinelli, P. (1993). I palloncini di Greta. *Infanzia*. 1, 31-34. [Questo articolo è stato ristampato su: *La matematica e la sua didattica*. 4, 1993, 444-449].

Boero, P. (1990). *I problemi*. In: AA.VV. (1990). *Guida alle videocassette-Matematica*. Genova: Irsae Liguria.

D'Amore, B. (2014). *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Collana Risorse didattiche digitali. Modena: Digital Index (disponibile anche in ebook).

BIBLIOGRAFIA

Pontecorvo, C., & Pontecorvo, M. (1985). *Psicologia dell'educazione. Conoscere a scuola*. Bologna: Il Mulino.

Sbaragli, S. (1998). Questa volta Greta dovrebbe moltiplicare! Che cosa farà? Atti del Convegno "Incontri con la Matematica n.12". Castel San Pietro Terme (BO), 6-7-8 novembre 1998. Bologna: Pitagora. 99-105.

Sinclair De Zwart, H. (1983). L'acquisizione della scrittura alfabetica è della notazione matematica. In: Stella G., Nardocci F. (a cura di). *Il bambino inventa la scrittura*. Milano: Angeli. 85-101.

Vygotskij, L.S. (1980). *Il processo cognitivo*. Torino: Boringhieri.