LE *tante* SOLUZIONI DI UN PROBLEMA

Bruno D'Amore

La matematica è fantasia e ragionamento. E a volte le risposte dei ragazzi ci spiazzano.

Fin dai tempi più remoti sono noti problemi e quesiti di aritmetica considerati divertenti o spiritosi; oggi li chiameremmo "problemi non standard". Si trovano sul papiro di Rhind (XVII sec. a.C.), nelle raccolte del grande enciclopedista Beda il Venerabile (VI sec.) e poi via via, nei libri di Tartaglia (XVI sec.) e fino ai giorni nostri.

Spesso gli insegnanti li usano per alleggerire la densità della lezione, quando la matematica si fa pesante: lo studente continua sì a fare calcoli, aritmetica, a ragionare, a fare geometria, ma l'ambiente creato attorno a lui è più gradevole, sereno, disteso. Sono problemi-gioco, non sono esercizi. Di seguito alcuni esempi.

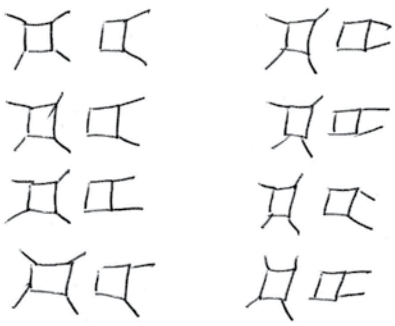
Zampe e teste

In una IV primaria è stata data la seguente proposta: "In una stalla ci sono solo pecore e galline; se conti le teste, sono 18, se conti le zampe, sono 52. Quante sono le pecore?". I bambini si sono scatenati e in diversi hanno fatto proposte aritmetiche non sempre e non tutte pertinenti: dividere 52 per 4 (numero delle zampe delle pecore); addizionare 4 e 2 e poi dividere 52 per 6; non si può risolvere perché non si sa quante siano le galline; eccetera.

L'insegnante si aspettava una risoluzione per tentativi, del tipo:

- se le pecore fossero 10 e le galline 8 (somma 18), le zampe sarebbero 40+16; troppe;
- se le pecore fossero 9 e le galline 9 (somma 18), le zampe sarebbero 36+18; ancora troppe;
- e così via, diminuendo man mano il numero delle pecore e aumentando il numero delle galline.

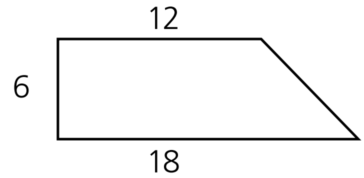
Mentre gli altri discutono, Silvia lavora per conto proprio con entusiasmo. Si vede che disegna. Dopo un po' mostra all'insegnante il suo disegno (figura 1).



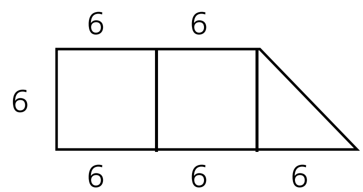
A modo suo, spiega: il quadretto con quattro segmentini rappresenta una pecora, quello con due una gallina. Ogni coppia pecora + gallina dà 6 zampe; nel numero 52 ci stanno 8 pecore + galline e avanzano 4, dunque o una pecora o due galline, adesso bisogna vedere le teste.
La bambina è convinta, l'insegnante all'inizio non tanto; deve rifletterci, ma le ci vuole un istante per capire che funziona, anche se non è del tutto chiaro il perché.
Dove sono i numeri? Sono nascosti: i numeri 4 e 2 (numeri delle zampe) sono impliciti nelle figurine; i numeri delle teste sono i numeri dei quadratini.
Certo, ci sono tante altre soluzioni possibili, ma questa funziona. Eccome!
Ecco un'insegnante in gamba, accetta la risoluzione, anzi loda Silvia, la invita a validare la propria tecnica, spiegandola agli altri bambini della classe.
Guai se l'insegnante, vedendo una strategia diversa da quella attesa, avesse rifiutato questa, così semplice e diretta; avrebbe alimentato la scolarizzazione di Silvia, frustrando il suo interesse, la sua gioia di partecipare attivamente alla vita d'aula.
Nella scuola secondaria, quello stesso problema sarà risolto con l'algebra:
4x+2y=52
x+y=18
sì, sì, corretto, certo, ma con una certa qual perdita della freschezza, della fantasia.
Ma l'insegnante è sempre disposto ad accettare soluzioni diverse da quella attesa?
Le condizioni al contorno lo permettono? C'è modo e tempo di analizzare le proposte dei bambini più fantasiosi?

Il trapezio di Adele

In una quarta elementare ai bambini viene chiesto di calcolare l'area di un trapezio rettangolo:



I bambini sanno che la formula per arrivare a tanto è: area = base maggiore + base minore × altezza /2 [$A_T=(B+b)\times h/2$] ed è la formula che tutti usano o cercano di usare, qualcuno maldestramente.
Non tutti. Adele interpreta quella figura nel modo seguente



e dunque dichiara che l'area è due volte e mezzo quella del quadrato 6 × 6, dunque esegue: 36 +36 +18.
L'insegnante sobbalza ma, prima di dire: "Che cosa hai scritto! Non è così, devi fare così e così" chiede spiegazioni ad Adele e scopre che questa non ha torto, che, effettivamente, quella è l'area richiesta.
È vero, certo, che non tutti i trapezi rettangoli avranno quella forma e quei rapporti tra le misure, ma la richiesta era di misurare *quell'*area, di *quel* trapezio, non del trapezio in generale; e quel trapezio ha proprio l'area proposta da Adele.
L'insegnante è prontissimo ad accettare la soluzione, a mostrarla ai compagni, a lodare la fantasia; ma poi, in seguito, a favorire l'apprendimento della formula dell'area dei trapezi anche nei casi più generali possibili.

Tante soluzioni

Ci vuole coraggio, ci vuole prontezza, ci vuole professionalità per accettare soluzioni inattese. Per prima cosa ci vuole la disponibilità che emerge dalla professionalità. Se tu hai già in mente una risposta, farai molta fatica a metterti nei panni altrui per capire quel che ha in mente l'altro. Ma è il confronto fra la tua soluzione e le proposte degli altri a creare cognitivo vero, a creare professionalità, come nella ricerca scientifica, quando più scienziati si confrontano su un tema e ognuno dice la sua, sapendo che sarà ascoltato con passione.

In una scuola dell'infanzia, nell'"angolo dei problemi", assai usato dall'insegnante e assai amato dai bambini, era stato dato a ciascuno dei bambini della sezione dei "grandi" un foglio di formato A5 sul quale era stato disegnato un labirinto racchiuso in un rettangolo.

In sezione, ogni bambino dispone di più pennarelli colorati.
La consegna era: "Disegna con il pennarello la strada che va dal bambino alla scuola".
Molti bambini hanno eseguito il compito correttamente, secondo le modalità che sono facilmente immaginabili

qualcuno si è perso e ha deciso di non seguire le regole, uscendo dai bordi

Ma Luca trova una soluzione assai personale:

Lì per lì la maestra è rimasta sorpresa, tentata di non accettarla; ma poi non ha trovato una ragione sufficiente per dire a Luca che aveva sbagliato; anzi: in un certo senso era la soluzione più geniale di tutte. Luca ha risolto il problema in modo diverso da quello atteso e la maestra è stata pronta a rivedere le sue attese: questa è professionalità.

Fantasia e ragionamento

Questo atteggiamento non si impara dai corsi di formazione, in università o fuori, è dentro di noi, lo dobbiamo coltivare con passione. La matematica è considerata la disciplina a risposte chiuse: le cose si fanno e si dicono così, e basta, la soluzione è una sola, questa fatta così, ora te la mostro.
E i risultati sono sotto gli occhi di tutti: la simpatia dei bambini della scuola primaria nei riguardi della matematica si trasforma nel corso degli anni in atteggiamento ostile o in sottomissione o in rinuncia. Ma queste affermazioni sono false: se c'è una disciplina nella quale chi sa ragionare, chi è lasciato libero di farlo può esprimere tutta la sua fantasia, è proprio la matematica; tarpare le ali a chi vola è deleterio e negativo. Certo, bisogna avere una marcia in più per vivere la situazione d'aula con professionalità ed essere disposti e capaci a verificare la correttezza della proposta, una correttezza a volte diversa da quella attesa.

Per saperne DI PIÙ

- D'Amore B., Marazzani I. (2011). *Problemi e laboratori. Metodologie per l'apprendimento della matematica.* [Progetto: *Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere.* Vol. 4]. Bologna: Pitagora.
- Taddia F., D'Amore B. (2012). *Perché diamo i numeri?* Trieste: Editoriale Scienza.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M. I. (2012). *Matematica, come farla amare. Miti, illusioni, sogni e realtà*. Firenze: Giunti Scuola.
- D'Amore B. (2014). *Il problema di matematica nella pratica didattica*. Modena: Digitalindex.