

D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2011). *Spunti di storia della matematica ad uso didattico nella scuola primaria*. Progetto: *Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere*. Vol. 6. Bologna: Pitagora. Pagine 214. ISBN: 88-371-1839-2.

## PREFAZIONE

I pochi e rapidi capitoli che seguono trattano i temi matematico e storico - critico degli oggetti di sapere matematico, ma in chiave puramente didattica. Vogliamo esplicitare il nostro duplice scopo.

### **Dal Sapere al sapere da insegnare; competenza storica ed epistemologica**

C'è un Sapere (accademico) che va trasformato in “sapere da insegnare”; tutti, ma proprio tutti gli insegnanti di scuola primaria che propongono questi argomenti in aula hanno totale dimestichezza con tale Sapere? A noi pare, sulla base delle interviste e dei colloqui continui, che a volte e per alcuni il Sapere resti al di là della portata di chi dovrebbe compiere l'operazione di trasposizione didattica; il che ci porta a ritenere che qualsiasi contributo offerto agli insegnanti per rendere più accessibile il Sapere sia utile. Di fatto, anche quello qui fornito è il risultato di una (nostra) operazione di trasposizione didattica: siamo passati da un Sapere (accademico) a un “sapere da comunicare agli insegnanti attraverso questi capitoli”. Dato un tema matematico, ci sono dunque: un Sapere e vari altri saperi; in particolare a noi interessa alla fine giungere a un sapere che è oggetto della pratica didattica a scuola. Quello iniziale e quest'ultimo non devono entrare in conflitto ma, anzi, il primo dovrebbe rafforzare l'ultimo.

Le competenze storica ed epistemologica aiutano a costruire un sapere personale che avvicina al Sapere (accademico) e che rende più consapevole il docente. Inoltre, conoscere l'evoluzione storica di un tema, fornisce maggiori strumenti critici di tipo professionale a chi deve valutare percorsi di apprendimento che, in certo qual senso e in certa qual misura, possono ripercorrere quelli dell'umanità. Gli “errori” dei nostri studenti a volte non sono errori, ma tentativi di far... quadrare concezioni precedenti in situazioni nuove. Conoscere la ventura storica umana di una creazione così delicata dà criteri per riconoscere situazioni che, troppo banalmente a volte, sono stigmatizzate come errori-punto-e-basta, senza scampo.

Sull'importanza di usare la storia della matematica esiste una bibliografia infinita e noi stessi abbiamo più volte espresso parere positivo a tal proposito. Abbiamo più volte evidenziato tre linee di analisi di questa problematica.

La prima (analisi critica dell'evoluzione delle idee della matematica) costituisce certo il settore d'interesse da privilegiare se non proprio per lo studente (che, a volte, potrebbe rivelarsi immaturo e dunque non preparato ad affrontare situazioni troppo più grandi di lui), almeno per l'insegnante che, grazie a essa, matura convinzioni e riflessioni scientifiche, epistemologiche (nel senso di: filosofia della scienza) e *dunque* didattiche.

La seconda (storia come sviluppo dei fatti) spiega le origini delle idee, dei problemi, delle teorie che hanno reso la matematica così com'è ora e dunque infonde la certezza che la nostra disciplina non è una stantia raccolta di cose già fatte e sistemate da sempre e per sempre, ma qualche cosa in perpetua evoluzione, fatta dall'uomo per l'uomo, vera e propria cultura umanistica dunque, ricca dunque di riferimenti alla storia culturale e sociale.

Infine la terza (che potremmo chiamare in un colpo solo: aneddotica) affascina i giovani (e non solo...); a nostro avviso, ha una funzione affabulatoria non banale: i matematici, personaggi che dedicano la loro vita a qualche cosa che per i più è misterioso, sono esseri umani che hanno una storia personale (che, spesso, si confonde con quella scientifica); ciò li rende più vicini ai ragazzi,

creando una sorta di fascino non più misterioso, ma curioso, attorno a loro ed al loro prodotto culturale. La matematica si smitizza, proprio grazie al fatto che chi la crea non è al di fuori del mondo.

Vi sono poi due motivazioni irrinunciabili alla necessità di una preparazione culturale forte in storia ed epistemologia della matematica per i futuri docenti di matematica:

fattori culturali;

fattori didattici o professionali.

## I fattori culturali

Lo sviluppo della nostra disciplina è non solo fatto di progresso tecnico e formale; anzi, al contrario, questi due sono il risultato di una continua revisione di senso e significato che la matematica cerca all'interno di sé stessa. Il rigore, per esempio, che è uno degli aspetti che colpisce di più il profano o lo studente, non è un fatto intrinseco o un vezzo dell'insegnante, ma necessità linguistica e filosofica (D'Amore, Plazzi, 1990), un filtro (a volte faticoso) che il matematico dà al proprio strumento linguistico per evitare fraintendimenti (dunque pluralità di senso) e per dare univocità di significato nella comunicazione. È per questo che il rigore non è fatto assoluto, ma relativo all'epoca e al luogo, in costante evoluzione.

Lo sviluppo della matematica, d'altra parte, procede in varie direzioni, ma è innegabile che, in prima istanza e con grande portata, esso è teso alla creazione di concetti;<sup>1</sup> ora, non si può produrre un concetto senza delinearlo epistemologicamente, dunque, volente o nolente, chi riflette sullo sviluppo della matematica deve necessariamente porsi il problema della natura dei concetti (quegli stessi che, in matematica, spesso vengono chiamati *oggetti*) (D'Amore, 2001a, b).

Va da sé dunque che, a parte il matematico professionista che potrebbe anche produrre e che talvolta produce teoremi e/o teorie all'interno di un determinato dominio senza uscirne e studiarne il senso generale epistemologico, *chiunque* altro si occupi di matematica e del suo sviluppo *deve* necessariamente porsi il problema epistemologico come fatto culturale.

L'insegnante di matematica non è un creatore di teoremi e/o teorie, ma un professionista, esperto di matematica, al quale la società propone di far sì che giovani cittadini costruiscano ed apprendano ad usare competenze matematiche.<sup>2</sup>

In primo luogo, egli deve conoscere la matematica; nonostante su questo punto si siano sviluppate varie prese di posizioni, noi lo giudichiamo punto irrinunciabile di partenza (D'Amore, 1999a).

Ma l'insegnante ha due doveri principali che consistono nel:

effettuare una *trasposizione didattica*; l'insegnante non può limitarsi banalmente a ripetere la matematica appresa all'università o nelle scuole superiori (suoi luoghi di formazione culturale, per quanto concerne la matematica); egli *deve* trasformare la matematica (il sapere matematico elaborato dall'accademia) in un sapere adatto agli allievi affidati alle sue cure; egli cioè deve trasformare il Sapere in un "sapere da insegnare" (D'Amore, 1999b); questa trasformazione non è fatto banale, anzi, al contrario, è ampiamente creativa e fa strettamente parte, condizionandola, della professionalità docente (Fandiño Pinilla, 2002);

*comunicare la Matematica*; noi tutti sappiamo che, in una situazione d'aula, il carattere mediatore dell'insegnante è molto forte e che lo studente quasi mai ha accesso diretto al Sapere, limitando il proprio impegno alla relazione personale con l'insegnante e all'apprendimento della matematica che l'insegnante ha scelto (in modo più o meno consapevole, più o meno vincolato) per lui; dunque, il passaggio dal docente al discente della matematica insegnata avviene in situazione comunicativa piuttosto forte, sottomessa alle complesse maglie della pragmatica della comunicazione umana (Watzlawick, Beavin, Jackson, 1976).

---

<sup>1</sup> Evitiamo accuratamente di dire *scoperta* e preferiamo dire *creazione*; la scelta epistemologica a monte è evidente (D'Amore, 2003b); essa comunque non è più dibattuta acutamente come in passato.

<sup>2</sup> Usiamo il termine *competenza* in luogo di *conoscenza* non a caso, e non certo per moda (D'Amore, Godino, Arrigo, Fandiño Pinilla, 2003).

In base a questi due punti, si vede chiaramente come l'insegnante non possa ignorare il *senso* che ha lo sviluppo della matematica:

non potrebbe altrimenti compiere quell'atto creativo che è la *trasposizione*; lo può fare se e solo se è in grado di scegliere criticamente all'interno di un corpus sul quale ha una qualche legittimità e capacità di decisione; se egli ritiene che la matematica non offra alternative epistemologiche, che il corpus delle conoscenze è quello che è, immutabile, eterno, indiscutibile, quel che lui ha appreso (semmai prima della "parentesi universitaria"),<sup>3</sup> allora non compierà la trasposizione e dunque fallirà come insegnante;

non potrebbe altrimenti *comunicare* la matematica; si può comunicare quel che si è costruito dentro, quel che fa parte della esperienza personale, vissuta, cioè personalizzata; se la matematica è vista come qualche cosa di impersonale, di atemporale, solo una successione di risultati concatenati ottenuti da esseri umani che, mentre producono, non pensano che all'interno della teoria in cui creano, allora non si parla più di comunicazione bensì di ripetizione di risultati; nella pragmatica della comunicazione umana è implicito un senso di proprietà critica, di capacità e disponibilità alla scelta personale; d'altra parte, uno dei limiti della matematica trasmessa a scuola, più volte denunciato da Brousseau (1986, per esempio) è proprio questo suo carattere di impersonalità ed atemporalità, questo voler nascondere la ricca storia degli sforzi e delle difficoltà che gli esseri umani hanno incontrato nel costruire la matematica per come è oggi; lo studente che vede della matematica solo i risultati finali, lindi e cristallini, puliti da ogni fatica e discussione, ordinati, apparentemente dedotti da un'assiomatica che sembra essere calata dall'alto, è indotto a credere che la matematica *debba* per sua natura essere così; se questo studente è un futuro insegnante di matematica, porterà con sé, nella sua storia professionale, questa sbagliata concezione di matematica.

Abbiamo molti Autori a nostra disposizione da citare a difesa di questa visione che dà importanza alla cultura in Epistemologia della matematica da parte di futuri docenti.

Certamente Speranza (1997) che ha impegnato tutto sé stesso per porre questo insegnamento in modo ufficiale ed esplicito nei programmi della Scuola di Specializzazione (post laurea) per l'Insegnamento nella Scuola Secondaria. In quello stesso testo, specie da pag. 124 a pag. 127, Speranza ci dà la possibilità di considerare anche Enriques schierato in questa ottica, con una molteplicità di citazioni che qui non riportiamo. Ulteriore conforto ci viene da Vailati, per esempio quando mostra l'importanza che ha riflettere su atteggiamenti anche rivelatisi erronei nel passato, nella costruzione di concetti matematici, anche in attività didattiche (Vailati, 1896). Così come da Bachelard che, anzi, è da molti considerato il propugnatore della revisione del modo di concepire l'errore nelle scienze come qualcosa di valorizzabile intrinsecamente (Bachelard, 1951), tanto da arrivare, in questo campo, a condizionare il pensiero di Brousseau (1983, 1989), il creatore della moderna didattica della matematica.

Senza una profonda competenza storico-epistemologica, si corre il rischio di fraintendere grossolanamente il *senso* stesso della matematica. In varie occasioni, abbiamo sentito insegnanti correggere l'enunciato di una definizione dato da uno studente con frasi del tipo: «Non si dice così, devi dire così»; e pensare che, proprio a proposito delle definizioni, Francesco Speranza parlava di "libertà della Matematica" (il che ci spinse ad intervenire didatticamente su questo tema: D'Amore, 1986). E che dire delle dimostrazioni recitate a memoria? Quanti tra noi docenti universitari hanno sentito pronunciare da uno studente la micidiale frase: «Questa dimostrazione non me la ricordo»? Anche questa è segnale di un fraintendimento di base sul *senso* della dimostrazione (e dunque, più in generale, della matematica e della conoscenza matematica).

---

<sup>3</sup> Terminologia di solito attribuita a Felix Klein per indicare il periodo degli studi universitari di un futuro docente di matematica; vi è implicito un negativo giudizio di inutilità nella formazione, visto che, mancando preparazione specifica, il docente di matematica, una volta tale, replicherà il modello osservato quando era studente pre-universitario (Loria, 1933).

Come si causano queste deleterie convinzioni presso gli studenti? Non certo per generazione spontanea: esse sono il frutto o di diretti insegnamenti fallaci o di interpretazioni indotte da comportamenti ripetuti e forse causati dal contratto didattico.

Solo una forte preparazione dei docenti in storia ed epistemologia della matematica (e in didattica della matematica) può, da un lato fortificare le convinzioni positive degli insegnanti su questi temi, dall'altro renderli didatticamente vigili.

Sia nelle definizioni sia nelle dimostrazioni vi deve essere un ampio "grado di libertà", favorito dal docente, conquistato dallo studente; è questo che ci insegnano la storia e l'epistemologia.

Abbiamo messo in evidenza perché sia necessaria la competenza in storia ed epistemologia della matematica per preparare futuri docenti di matematica, facendo cenno sia a motivi culturali sia a motivi didattici (o professionali). Affronteremo qui di seguito con più dettagli proprio questa ultima motivazione.

### **Ostacoli epistemologici, realtà d'aula e curriculum**

Tutti i ricercatori in didattica della matematica conoscono la fondamentale "teoria degli ostacoli" di Guy Brousseau (1983, 1986, 1989; si veda anche D'Amore, 1999b, per una trattazione all'interno di una teoria complessa che coinvolge tutta la didattica della matematica). Per quanti distinguo si possano fare, resta fondamentale, per la gestione della vita di classe e per l'analisi degli errori (con tutto quel che ciò comporta nel campo della valutazione), la distinzione in tre tipologie di ostacoli: ontogenetici, didattici, epistemologici (D'Amore, Fandiño Pinilla, Marazzani, Sbaragli, 2008).

Se prendiamo il "triangolo della didattica" (Chevallard, 1985) come modello della situazione d'aula (soprattutto per evidenziare la sua complessità sistemica) (D'Amore, Fandiño Pinilla, 2002), allora si può azzardare come prima approssimazione che gli ostacoli:

ontogenetici sono ascrivibili al vertice "allievo";

didattici sono ascrivibili al vertice "insegnante";

epistemologici sono ascrivibili al vertice "Sapere".

Questo modo di vedere le cose dà unitarietà alla didattica come teoria e chiarifica dei legami altrimenti sfuggenti. In tal caso, però, risulta ovvio che questo strumento potenzialmente eccezionale produce risultati positivi nelle mani dell'insegnante se e solo se egli ne ha consapevolezza (raggiunta grazie agli studi di didattica); ma, per quanto concerne il terzo punto, egli ha bisogno di una conoscenza in più, quella di storia - epistemologia, appunto, per poter almeno riconoscere, tra gli inevitabili fallimenti dei propri studenti, quelli ascrivibili proprio ad ostacoli epistemologici. In questo caso, la didattica da sola non ce la fa e chiede aiuto alle competenze epistemologiche.

Le osservazioni precedenti non possono non avere notevoli ripercussioni sul senso del curriculum; da pesante fardello da rispettare, il curriculum diventa strumento da plasmare e da sfruttare nella situazione vera d'aula, motivo conduttore della storia di classe. Da elenco più o meno commentato che viene calato in aula e condiziona tutto, il curriculum si trasforma in arma adatta a far sì che ogni studente sia messo, anche in base alle proprie capacità, nelle migliori condizioni per costruire competenze matematiche; da un curriculum normativo si passa proprio ad un curriculum che riflette punti di vista epistemologici (Fandiño Pinilla, 2002, pp. 36 e segg.: «il punto di vista epistemologico nella costruzione del curriculum»).

Ciò dà centralità alla figura dell'allievo, piuttosto che a quella della sequenza curricolare e ai meri contenuti. E questo significa interpretare alla rovescia quella che in D'Amore (1999b) si chiama "epistemologia dell'apprendimento della matematica": il problema reale di chi si occupa di didattica della matematica, come ricerca o come professione, è di capire i processi di apprendimento della matematica, non limitarsi a creare ideali insegnamenti.

Un esempio solo per chiarire questo punto di vista.

Da millenni fa parte dei compiti di uno studente di matematica l'apprendere a dimostrare teoremi; chi gestisce il Sapere accademico ha deciso che il paradigma da rispettare universalmente per

quanto concerne tale attività siano la logica megarico-stoica e quella aristotelica; per cui, molti considerano *preliminare* all'attività del dimostrare l'apprendimento della logica, come capitolo primo della matematica. È così che gli studenti imparano le tavole di verità semantiche, i connettivi, in particolare l'implicazione materiale. Fatto ciò, spesso si confonde la deduzione (metalinguistica) con l'implicazione (linguistica) e si passa alla struttura dei teoremi e delle loro dimostrazioni. Se lo studente fallisce, lo si considera come inadatto o non in grado di dimostrare. Ma se si fa attenzione alle proposte dimostrative degli studenti, capovolgendo il senso di tutta l'esperienza, si possono avere sorprese interessanti. Abbiamo avuto indizi del fatto che gli studenti che fallivano semplicemente non sapessero gestire lo strumento metalogico proposto e abbiamo pensato che esso poteva non essere adeguato. Abbiamo allora ascoltato gli studenti che fallivano per capire quali tipi di errori commettevano, scoprendo che molti di essi facevano continuamente riferimenti ad esempi impropri, enunciando la tesi come fosse una ipotesi, cercando di ancorare l'implicazione materiale ad esempi concreti. Ed abbiamo allora ricordato la logica *nyaya*, sviluppatasi millenni fa in India, nella quale uno schema di ragionamento tipico è concepito in modo ben diverso da quello aristotelico. La difficoltà non stava dunque nella dimostrazione in sé, ma nell'apparato logico messo in piedi per "darle" un senso che, per lo studente, non era intuitivo, essendo per lui tale un apparato logico del tutto sorpassato, spesso sconosciuto agli stessi insegnanti. Senza un'adeguata preparazione storico – epistemologica, si sarebbe continuato invano a denunciare l'incapacità dello studente, senza però trovare rimedi. Per dettagli su questo lungo studio, circostanziato e corroborato da esempi tratti dall'aula, rinviamo a D'Amore (2005).

È ovvio l'importanza che ha in tutto ciò una visione epistemologica del curricolo che fornisce una visione centrale dell'allievo in aula.

Ma l'uso delle convinzioni maturate con gli studi storico - epistemologici deve fare coppia con una competenza forte in didattica della matematica perché solo così contribuisce a formare quella *ferramenta*, quegli strumenti pratici e teorici così utili nella professione docente, per capire l'evoluzione delle situazioni d'aula. A ciò giova certo l'enorme contributo di Guy Brousseau che, lungi dall'essere solo pionieristico e limitato ai primi passi della didattica della matematica, fornisce ancora oggi, a nostro avviso, materiale sul quale riflettere, in costante evoluzione ed approfondimento. Idee come il contratto didattico, la teoria degli ostacoli, la teoria delle situazioni,... ma anche le spietate analisi che hanno portato alla scomparsa di precedenti modi di interpretare la didattica, sono ancora tutte da analizzare e potenzialmente vi sono ancora misteri da chiarire (Brousseau, 2008).

### **Epistemologia e storia della matematica; la storia come chiave di volta per capire l'epistemologia; uso della storia nella didattica della matematica**

«La filosofia senza la storia è vuota, la storia senza la filosofia è cieca», asseriva a ragione Kant (per esempio: Speranza, 1997, pag. 145). Circostanziava Lakatos: «La filosofia della scienza senza la storia è vuota, la storia della scienza senza la filosofia della scienza è cieca» (Lakatos, 1971, pag. 102).

Accettata la presa di posizione di tali giganti, ogni commento è superfluo. Va da sé che, se più volte abbiamo detto che l'epistemologia studia l'evoluzione dei concetti, non è pensabile scindere gli studi di epistemologia della matematica da quelli di storia della matematica. Ciò giustificava la scelta di chiamare i corsi della SSIS con il nome congiunto di epistemologia - storia della matematica.

Così, appare ovvio pensare alla storia come al riferimento paradigmatico per eccellenza per capire l'evoluzione delle idee e le necessità di adeguamento del pensiero. Per esempio, se nulla si sapesse delle origini aristoteliche della geometria euclidea, né delle geometrie non euclidee con la loro portata di rivoluzione sul concetto di verità matematica, né della necessità di un nuovo rigore che desse ai termini primitivi e agli assiomi un *sensu* moderno, non si potrebbe capire il perché David

Hilbert abbia dovuto scrivere dei nuovi Elementi di geometria 22 secoli dopo quelli di Euclide. Vediamo dunque la storia della matematica come il riscontro oggettivo per capire l'epistemologia. C'è allora un punto emergente con grande forza negli ultimi 30 anni, un punto al quale Francesco Speranza e noi abbiamo dato corpo curando le edizioni di 3 libri che raccolgono esperienze vere di insegnanti a diversi livelli scolastici, quando ciò ancora non era diffuso affatto (D'Amore, Speranza, 1989, 1992, 1995); si tratta dell'uso della storia della matematica come strumento didattico a vario titolo nei corsi di matematica.

Siccome questo punto è strettamente intrecciato con le questioni epistemologiche, ci pare corretto parlarne qui. D'altra parte, se si vuol usare la storia della matematica in aula, bisogna conoscere la storia della matematica; dunque ha senso il problema di porsi anche la questione della preparazione in storia dei docenti in formazione.

Secondo Freudenthal, imparare la matematica significa "reinventarla" (si descrive un processo denominato "mathematising") (Freudenthal, 1973): dunque il ruolo della componente storica nell'insegnamento merita un approfondimento specifico. La considerazione di un concetto matematico attraverso la sua evoluzione storica richiede però l'assunzione di posizioni epistemologiche impegnative: la stessa selezione dei dati storici non è neutra (Radford, 1997) e problemi notevoli sono inoltre connessi alla loro interpretazione, inevitabilmente condotta alla luce dei nostri attuali paradigmi culturali, mediante i quali si pongono in contatto culture "diverse ma non incommensurabili" (Radford, Boero, Vasco, 2000, pag. 165).

Abbiamo già insistito molto sul fatto che l'insegnamento sia influenzato dalle concezioni dei docenti a proposito della natura della conoscenza scientifica e della sua evoluzione. Appare dunque fondamentale che un insegnante si confronti direttamente con la storia della disciplina e che giunga a saper impiegare i riferimenti storici consapevolmente e coerentemente con le proprie concezioni epistemologiche (Thompson, 1992; Moreno, Waldegg, 1993; Speranza, Grunnetti, 1996).

In generale, la storia della matematica offre alla didattica alcune importanti possibilità (Furinghetti, Somaglia, 1997):

innanzitutto quella di un approccio aneddotico che, pur essendo talvolta considerato superficiale, può rinforzare in termini apprezzabili la motivazione dei discenti (D'Amore, Speranza, 1989, 1992, 1995; Radford, 1997; D'Amore, 1999a);

la possibilità di una riflessione metacognitiva;

la possibilità di una conoscenza organica di un periodo storico e della comprensione delle situazioni culturali che hanno influenzato la nascita o la diffusione di un'idea matematica.

Riferendoci a quel vertice del triangolo della didattica che abbiamo chiamato Sapere (Chevallard, 1985), chiameremo "conoscenza istituzionalizzata" l'ultima versione, dal punto di vista cronologico, del sapere considerato, dunque la sua più recente forma accettata dalla comunità scientifica: da ciò segue che l'istituzionalizzazione alla quale facciamo riferimento viene ad essere fortemente contestualizzata dal punto di vista storico; e tale contestualizzazione è connessa ai diversi ambienti socio-culturali (Bagni, 2004). A questo punto entra però in gioco la componente storica: è infatti rarissimo (o forse impossibile) che una conoscenza matematica nasca da un'idea assolutamente nuova, priva di connessioni con l'esperienza del passato: per molti versi una conoscenza incorpora in sé stessa le proprie radici storiche. Quale rapporto collega la conoscenza istituzionalizzata alla propria storia?

Tale problematica ci spinge a un'indagine più approfondita della struttura storica di una conoscenza matematica che, come vedremo, potrà influenzare notevolmente la didattica. Seguendo D'Amore (2001a), potremmo ad esempio chiederci: il progressivo incremento del sapere può essere assimilato ad un processo di affiancamento (accumulazione quantitativa) o di sovrapposizione (qualitativa)? Ovvero: la reimpostazione di un oggetto matematico si affianca alle vecchie versioni o le rimpiazza? (D'Amore, 2001b).

L'adozione di modelli di (puro) affiancamento o di (pura) sovrapposizione comporterebbe problemi teorici: tali modelli risentirebbero di un'impostazione decontestualizzata. La sovrapposizione dei

concetti porterebbe ad una continua rifondazione ex novo, mentre la (progressiva) variazione dell'ambiente socio-culturale fa pensare a progressivi reinquadramenti.

In un momento storico (ad esempio, nel momento attuale) e in un contesto socio-culturale determinato, possiamo pensare a processi in cui le versioni "storiche" della conoscenza considerata vengono a far parte del Sapere in relazione ai contesti socio-culturali in cui si sono sviluppate; per questo motivo, il processo va inteso come una continua evoluzione cronologica, in continuo divenire.

La presentazione di elementi storici con riferimento al proprio contesto socio-culturale (Radford, 2003) offre la possibilità di un organico approfondimento e induce riflessioni fondamentali sulla genesi di un concetto (Radford, Boero, Vasco, 2000). La scelta di una storia "interna", di uno sviluppo isolato della matematica, appare problematica (Grugnetti, Rogers, 2000, pag. 40) e difficilmente sostenibile dal punto di vista epistemologico.

Storia ed epistemologia sono strettamente intrecciate tra loro ed il loro sistema lo è con la didattica della matematica. Tanto che si potrebbe seguire la via aperta da Kant e caldeggiata da Lakatos, coniando un ulteriore motto:

La didattica della matematica senza relazioni con la epistemologia e la storia è come uno strumento agile e potente ma che nessuno può usare a pieno; la epistemologia e la storia sono mezzi culturali forti astratti e profondi che la didattica della matematica rende concreti ed utili al progresso dell'umanità, alla costruzione di competenze, alla consapevolezza del proprio sapere.

### **Una nota**

Questa breve raccolta di brani non è che un esempio di temi (i più vari possibile) pensati come lettura per gli insegnanti, ma già (quasi) adatti ad essere trasformati, con una sapiente trasposizione didattica, in materiale per l'aula, se l'ingegneria didattica messa in atto prevede l'uso della storia.

Altri esempi tematici si trovano in vari libri degli stessi autori dato che il riferimento storico è considerato essenziale e dunque sempre presente. Per esempio, in Fandiño Pinilla (2008) si trovano molte notizie storiche sui problemi, sugli algoritmi, sulle macchine calcolatrici del passato ed altro. A voler cercare di mettere il più possibile, si rischia di essere eccessivi...

## **Riferimenti bibliografici**

- Bachelard G. (1951). *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*. Paris: PUF.
- Bagni G.T. (2004). Storia della matematica in classe: scelte epistemologiche e didattiche. *La matematica e la sua didattica*. 3, 51-70.
- Bagni G.T. (2005). Historical roots of limit notion. Development of its representative registers and cognitive development. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*. 5, 4, 453-468.
- Brousseau G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes in mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 4, 2, 165-198.
- Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 7, 2, 33-115.
- Brousseau G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In: Bednarz N., Garnier C. (eds.) (1989). *Constructions des savoirs, obstacles et conflits*. 41-64. Montreal: Agence d'Arc.
- Brousseau G. (2008). *Ingegneria didattica ed epistemologia della matematica*. Bologna: Pitagora.
- Chevallard Y. (1985). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- D'Amore B. (1986). Il ruolo della definizione nella didattica della matematica. *Insegnare*. 6, 9-13.

- D'Amore B. (1987). Motivazioni epistemologiche che stanno alla base delle scelte didattiche operate nelle attività educative in Italia dalla scuola dell'infanzia al biennio superiore. In: Atti del "II Congreso Internacional sobre investigación en la didáctica de las Ciencias y de la Matemática". Valencia. 323-324.
- D'Amore B. (1999a). Il ruolo essenziale ed insostituibile delle didattiche disciplinari nella costruzione della conoscenza nell'educazione. *Pitagora Notizie*. 4, 2.
- D'Amore B. (1999b). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore, B. (2001a). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica", *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-30.
- D'Amore, B. (2001b). Une contribution au débat sur les concepts et les objets mathématiques. *Scientia Paedagogica Experimentalis*. Gent, Belgio. XXXVIII, 1, 17-46.
- D'Amore B. (2003a). La complexité de la noétique en mathématiques ou les raisons de la dévolution manquée. *For the learning of mathematics*. 23, 1, 47-51.
- D'Amore B. (2003b). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B. (2004). Il ruolo dell'epistemologia nella formazione degli insegnanti di matematica nella scuola secondaria. *La matematica e la sua didattica*. 4, 4-30.
- D'Amore B. (2005). Young pupils' mathematical argumentation and Indian logic (Nyaya). *For the learning of mathematics*. 25, 2, 26-32. [In lingua spagnola: (2005). La argumentación matemática de jóvenes alumnos y la lógica hindú (nyaya). *Uno*. (Barcellona, Spagna). 38, 83-99. In lingua italiana: (2005). L'argomentazione matematica di allievi di scuola secondaria e la logica indiana (nyaya). *La matematica e la sua didattica*. 4, 481-500].
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2001). Concepts et objets mathématiques. In: Gagatsis A. (ed.) (2001). *Learning in Mathematics and Science and Educational Technology*. Nicosia (Cipro): Intercollege Press Ed. Atti del "Third Intensive Programme Socrates-Erasmus, Nicosia, Università di Cipro, 22 giugno - 6 luglio 2001. 111-130.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2002). Un acercamiento analítico al "triángulo de la didáctica". *Educación Matemática*. México DF, México. 14, 1, 48-61.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I. (2004). Cambi di convinzioni in insegnanti di matematica di scuola secondaria superiore in formazione iniziale. *La matematica e la sua didattica*. 2.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Marazzani I., Sbaragli S. (2008). *La didattica e le difficoltà in matematica*. Trento: Erickson.
- D'Amore B., Godino D.J., Arrigo G., Fandiño Pinilla M.I. (2003). *Competenze in matematica*. Bologna: Pitagora.
- D'Amore B., Plazzi P. (1990). Intuizione e rigore nella pratica e nei fondamenti della Matematica. *La matematica e la sua didattica*. 3, 18-24.
- D'Amore B., Speranza B. (eds.) (1989). *Lo sviluppo storico della matematica - Spunti didattici*. Volume primo. Roma: A. Armando.
- D'Amore B., Speranza F. (eds.) (1992). *Lo sviluppo storico della matematica - Spunti didattici*. Volume secondo. Roma: A. Armando.
- D'Amore B., Speranza F. (eds.) (1995). *La matematica e la sua storia. Alcuni esempi per spunti didattici*. Milano: Angeli ed.
- Fandiño Pinilla M.I. (2002). *Curricolo e valutazione in matematica*. Bologna: Pitagora.
- Fandiño Pinilla M.I. (2008). *Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica*. Trento: Erickson.
- Freudenthal H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dodrecht: Riedel.
- Furinghetti F., Somaglia A. (1997). Storia della matematica in classe. *L'educazione matematica*. XVIII, V, 2, 1.
- Grugnetti L., Rogers L. (2000). Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues. In: Fauvel, J., van Maanen J. (eds.). *History in Mathematics Education*. Dodrecht: Kluwer. 39-62.



- Lakatos I. (1971). *History of science and its rational reconstructions*. Cambridge: Cambridge U.P.
- Loria G. (1933). Commission internationale de l'enseignement mathématique. La préparation théorique et pratique des professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire dans les divers pays. I. Rapport général. L'enseignement mathématique. XXXII, 5-20.
- Moreno L., Waldegg G. (1993). Constructivism and mathematical education. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 24, 5, 653-661.
- Radford L. (1997). On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics*. 17, 1, 26-33.
- Radford L. (2003). On Culture and Mind. A post-Vygotskian Semiotic Perspective, with an Example from Greek Mathematical Thought. In: Anderson M. et Al. (eds.). *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*. Ottawa: Legas. 49-79.
- Radford L., Boero P., Vasco C. (2000). Epistemological assumptions framing interpretations of students' understanding of mathematics. In: Fauvel J., van Maanen J. (eds.) (2000). *History in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer. 162-167.
- Speranza F. (1997). *Scritti di Epistemologia della Matematica*. Bologna: Pitagora.
- Speranza F., Grugnetti L. (1996). History and epistemology in didactics of mathematics. In: Malara N.A., Menghini M., Reggiani M. (eds.) (1996). *Italian research in mathematics education*, Roma: CNR. 126-135.
- Thompson A.G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. London: D.A.N.Y. McMillan, 127-208.
- Vailati G. (1896). Sull'importanza delle ricerche relative alla storia della scienza. In: Vailati G. (1911). *Scritti*. Firenze – Leipzig: Seeber-Barth.
- Watzlawick W., Beavin J.H., Jackson D.D. (1967). *Pragmatic of the human communication*. New York: W.W. Norton & C. [Trad. it.: Roma, Astrolabio, 1971].